Islamic Maaref University

Scientific Journal
The History of Islamic Culture And Civilization

Vol. 15, Autumn 2024, No. 56

Volume geometry and Islamic architecture in the treatises of Muslim mathematicians

Aref Azizpour Shoubi [1] \ Ahad Nejad Ebrahimi [2] \ Yasser Shahbazi [3]

1. PhD in Islamic Architecture, Faculty of Architecture and Urban Planning, Tabriz University of Islamic Arts, Tabriz, Iran. *a.azizpour@tabriziau.ac.ir*
2. Professor, Faculty of Architecture and Urban Planning, Tabriz University of Islamic Arts, Tabriz, Iran (corresponding author). *ahadebrahimi@tabriziau.ac.ir*
3. Associate Professor, Faculty of Architecture and Urban Planning, Tabriz University of Islamic Arts, Tabriz, Iran. *y.shahbazi@tabriziau.ac.ir*

Abstract Info

Article Type:
Research Article

Received:
2024.03.11
Accepted:
2024.09.12

Abstract

The appearance of architecture, like a coherent volumetric element, has required the architect's awareness of the geometry of volumes. It seems that one of the reasons for the neglect of volume geometry in the eyes of researchers is the lack of knowledge about the basics of volume geometry and their connection with the treatises of mathematicians. This research aims to know the geometry of volume in Islamic architecture with a historical interpretation strategy in order to answer these questions: what are the signs in buildings and written sources that indicate volume thinking in the Islamic architecture industry of Iran? In what branches has volume geometry been used in Islamic architecture? Searching in written sources shows that the application of science related to volumes was in three branches of area science, conic sections and spherical volumes. Also, during different periods, mathematicians tried to reduce the complexity of the theoretical topics of the sciences related to this field so that their use by people of letters who did not specialize in mathematical sciences would be easier.

Keywords
Architectural geometry, volume and architecture, size and proportions, conic sections, spherical volumes.

Cite this article:
Azizpour Shoubi, Aref Ahad Nejad Ebrahimi & Yasser Shahbazi (2024). Volume geometry and Islamic architecture in the treatises of Muslim mathematicians. *The History of Islamic Culture And Civilization*. 15 (3). 119-148. DOI: https://doi.org/10.22034/15.56.117

DOI:
https://doi.org/10.22034/15.56.117

Publisher:
Islamic Maaref University, Qom, Iran.

مجلة علمية
تاريخ الثقافة والحضارة الإسلامية
جامعة المعارف الإسلامية
السنة ١٥ / الخريف عام ١٤٤٦ / العدد ٥٦

هندسة الحجم و العمارة الاسلامية
فى رسائل علماء الرياضيات المسلمين

عارف عزيزبور شوبي [١] / احمد نجاد ابراهيمي [٢] / ياسر شهبازي [٣]

١. دكتوراه عمارة اسلامية، كلية العمارة و بناء المدن، جامعة الفن الاسلامي في تبريز، تبريز، ايران.
a.azizpour@tabriziau.ac.ir

٢. استاذ، كلية العمارة و بناء المدن، جامعة الفن الاسلامي في تبريز، تبريز، ايران (الكاتب المسؤول).
ahadebrahimi@tabriziau.ac.ir

٣. استاذ مرادف، كلية العمارة و بناء المدن، جامعه الفن الاسلامي في تبريز، تبريز، ايران.
v.shahbazi@tabriziau.ac.ir

معلومات المادة

نوع المقال: بحث

تاريخ الاستلام: ١٤٤٥/٠٨/٣٠

تاريخ القبول: ١٤٤٦/٠٣/٠٨

ملخّص البحث

بروز العمارة بمثابه عنصر حجمي منسجم، كان بحاجه الي المعرفة المعمارية بالنسبة الي هندسه الاحجام. يبدو ان احد دلائل عدم الانتباه الي هندسة الحجم من وجهة نظر الباحثين كان عدم التعرف علي اسس هندسه الحجم و صلتها برسائل علماء الرياضيات. هذا البحث يهدف معرفه هندسه الحجم في العمارة الاسلامية باسلوب تفسيري تاريخي بغية الاجابة علي هذه الاسئلة حيث ما هي العلائم في الابنية و المصادر المدونة الموجودة التي تشير الي التفكر الحجمي في صناعه العمارة الاسلامية الايرانية؟ اداء هندسة الحجم في العمارة الاسلامي في اي الفروع كانت؟ البحث في المصادر المدونة تشير الي ان اداء العلوم المتعلقة بالاحجام كانت في ثلاث فروع علم المساحة، المقاطع المخروطية و الاحجام الكروية. كما ان علماء الرياضيات علي مدي العصور المختلفة سعوا الي تقليل عقد البحوث النظرية في العلوم المتعلقة بهذا المضمار كي تسهل اداءها من قبل الحرفيين الذين لم يكن لهم اختصاص في علوم الرياضيات.

الألفاظ المفتاحية الهندسة المعمارية، الحجم و العمارة، المقدار و النسب، المقاطع المخروطية، الاحجام الكروية.

الاقتباس: عزيزبور شوبي، عارف، احمد نجاد ابراهيمي و ياسر شهبازي (١٤٤٦). هندسة الحجم و العمارة الاسلامية في رسائل علماء الرياضيات المسلمين. *مجلة تاريخ الثقافة والحضارة الأسلامية*. ١٥ (٣). ١٤٨ ـ ١١٩. DOI: https://doi.org/10.22034/15.56.117

رمز DOI: https://doi.org/10.22034/15.56.117

الناشر: جامعة المعارف الإسلامية، قم، ايران.

نشریه علمی
تاریخ فرهنگ و تمدن اسلامی
دانشگاه معارف اسلامی
سال ۱۵، پاییز ۱۴۰۳، شماره ۵۶

هندسه حجم و معماری اسلامی در رسائل ریاضی دانان مسلمان

عارف عزیزپور شوبی[۱] / احد نژاد ابراهیمی[۲] / یاسر شهبازی[۳]

۱. دکتری معماری اسلامی، دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز، تبریز، ایران.
a.azizpour@tabriziau.ac.ir

۲. استاد دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز، تبریز، ایران (نویسنده مسئول).
ahadebrahimi@tabriziau.ac.ir

۳. دانشیار، دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اسلامی تبریز، تبریز، ایران.
v.shahbazi@tabriziau.ac.ir

اطلاعات مقاله

نوع مقاله: پژوهشی
(۱۴۸ ـ ۱۱۹)

تاریخ دریافت:
۱۴۰۲/۱۲/۲۱
تاریخ پذیرش:
۱۴۰۳/۰۶/۲۲

چکیده

نمود معماری به مانند عنصری حجمی منسجم، نیازمند آگاهی معماری نسبت به هندسه احجام بوده است. به نظر می‌رسد یکی از دلایل مغفول ماندن هندسه حجم از نظر پژوهشگران عدم شناخت به مبانی هندسه حجم و ارتباط آنها با رساله‌های ریاضی‌دانان بوده است. این پژوهش به هدف شناخت هندسه حجم در معماری اسلامی با راهبرد تفسیری تاریخی در صدد پاسخ به این پرسش‌ها است که چه نشانه‌های در ابنیه و منابع مکتوب وجود دارد که نشان دهنده تفکر حجمی در صناعت معماری اسلامی ایران باشد؟ کاربرد هندسه حجم در معماری اسلامی در چه شاخه‌های بوده است؟ جستجو در منابع مکتوب نشان می‌دهد کاربست علوم مرتبط با احجام در سه شاخه علم مساحت، مقاطع مخروطی و احجام کروی بوده است. همچنین ریاضی‌دانان در طول ادوار مختلف تلاش کردن از پیچیدگی‌های مباحث نظری علوم مرتبط با این حوزه بکاهند تا کاربرد آنها توسط اهل حرف که در علوم ریاضی تخصص نداشتند، آسان‌تر شود.

واژگان کلیدی: هندسه معماری، حجم و معماری، اندازه و تناسبات، مقاطع مخروطی، احجام کروی.

استناد: عزیزپور شوبی، عارف، احمد نجاد ابراهیمی و یاسر شهبازی (۱۴۰۳). هندسه حجم و معماری اسلامی در رسائل ریاضی دانان مسلمان. *تاریخ فرهنگ و تمدن اسلامی*. ۱۵ (۳). ۱۴۸ ـ ۱۱۹.
DOI: https://doi.org/10.22034/15.56.117

کد DOI: https://doi.org/10.22034/15.56.117

ناشر: دانشگاه معارف اسلامی، قم، ایران.

طرح مسئله

گرچه هندسه به‌عنوان یک انتخاب آگاهانه یا یک ویژگی ذاتی تولید معماری، در همه فرهنگ‌ها وجود دارد، اما به نظر می‌رسد در تمدن اسلامی اهمیت بسیار بالاتری داشته است؛[۱] زیرا با توجه به مسائل زیرساختی که برای پی ریزی تمدن اسلامی نیاز بود، تلاش شد تا این تفکرات هندسی را با صناعت پیوند بزنند؛ به همین سبب هندسه با مباحث کالبدی پیوند خورد. در تلاش برای پیوند مباحث نظری و عملی، ابونصر فارابی (۱۳۸۱) در دانشنامه خود به نام «احصاء العلوم» دانش هندسه را به دو بخش هندسه عملی و نظری تقسیم می‌کند که عامل پیونددهنده آن را علم «حیل» معرفی می‌کند که صناعت‌های عملی همچون معماری «صناعت الابنیه» در ذیل آن تعریف می‌شد. ازاین‌رو وقتی از معماری اسلامی صحبت به میان می‌آید، در واقع از یک محصول فرهنگی صحبت می‌شود که بر آمده از مباحث نظری و عملی این تمدن است. خوانش تاریخ معماری با محوریت معماری، خوانشی است که در منابع متقدم و پراستناد تاریخ معماری ایران کمتر سابقه دارد.[۲] «ازآنجایی‌که مقصود کلی مورخ معماری از پرسش درباره واقع معماری و رجوع به آثار آن، شناخت علم و عمل معماری است».[۳] «برای خوانش معماری اسلامی باید به خوانش گفتمان تفکری پرداخت که موجب ظهور و تکامل سنت‌های معماری اسلامی شده است».[۴] ناصر رباط معتقد است که تنوع دانش و مهارت استادان وابسته به معماری، جایگاه و سلسله‌مراتب معمار بوده است.[۵] برخی معتقدند که اصحاب صناعتی که در زمینه معماری کار می‌کردند، پیرو اصول و راهنمایی‌هایی بودند که توسط ریاضی‌دانان تبیین می‌شد.[۶] بااین‌حال، این نگرش با انتقادهای زیادی در پژوهش‌های مختلف روبه‌رو بوده است و پژوهشگران مختلف رویکردهای مختلفی را دنبال کرده‌اند. پژوهش‌های ابتدایی که به‌لحاظ تاریخ‌شناسی در رابطه با هندسه و معماری از آغاز تا ۱۹۹۵ انجام شد، رویکردی اثبات‌گرایانه به موضوع کاربرد هندسه در معماری و تأثیر ریاضی‌دانان بر معماری اسلامی داشته‌اند که با تألیف کتاب ***طومار توپقاپی؛ هندسه و تزئین در معماری اسلامی*** توسط گل‌رو نجیب اوغلو،[۷] به رویکرد اثبات‌گرایانه در رابطه با کاربرد ریاضیات و هندسه در معماری اسلامی خاتمه دادند و

---

1. Bier, ***Geometry in Islamic Art***, 2015, p. 1.

۲. مجتهدزاده، ***مناسبات معماری و علوم در ایران دوران اسلامی***، ص ۱۵.

۳. هاشمی، ***مقدمه‌ای بر تاریخ شفاهی معماری ایران***، ص ۴۳.

4. Rabbat, "Islamic Architecture as a Field of Historical Enquiry". ***Architectural design***, (6), p. 18 – 23.

5. Rabbat, "Architects and Artists in Mamluk Society; The Perspective of the Sources", ***Journal of Architectural Education***, 52 (1), p. 30 - 37, p. 36.

6. Koliji, "Gazing Geometries, Modes of Design Thinking in Pre - Modern Central Asia and Persian Architecture", ***Nexus Network Journal Architecture and Mathematics***, p. 18.

7. Necipoğlu, Gülru.

رویکردهای دیگری را مطرح کردند. یکی از این رویکردها، رویکرد انتقادگرایانه نسبت به رویکرد قبلی توسط صلیبا و آلن بود. البته رویکرد انتقادگرایانه بر پژوهشگرانی که پیرو رویکرد اثبات‌گرایانه بودند بی‌تأثیر نبود و باعث مطرح‌شدن «شبکه کنش»[1] شده است. رویکرد دیگری که توسط پژوهشگران در ادامه یافتن رابطه هندسه و معماری اسلامی بود، بر بازخوانی کاربرد هندسه در معماری اسلامی و همچنین ارتباط بین ریاضی‌دانان و معماران مسلمان متمرکز شد. در این میان می‌توان به مقالات ازودرول اشاره کرد که خیام را معمار گنبدخانه تاج الملک معرفی می‌کند یا پژوهشگرانی که به نحوه کاربرد و توسعه هندسه عملی در معماری اسلامی پرداختند. البته پژوهشگرانی چون دولد سمپلونیوس[2] به کاربرد هندسه در اندازه گیری سطح و حجم پرداختند که موضوع این پژوهش است. هرچند تمرکز مطالعات اخیر بر روی هندسه مسطحه است و ارتباط بین الگوهای دوبعدی و سه‌بعدی نادید گرفته می‌شود.[3] اندکی از پژوهشگران در این حوزه نیز متمرکز بوده‌اند که این پژوهش‌ها در جدول شماره ۱ معرفی شده‌اند.

جدول ۱. دسته‌بندی رویکردهای پژوهشی در ارتباط با هندسه و معماری و حجم. (ماخذ: نگارنده)

رویکرد	پژوهشگران	موضوع
اثبات‌گرایی	Woepcke (1855), Bulatov (1978), Critchlow (1979), Tabbaa (1988), Holod (1988), Chorbachi (1989), Necipoglu (1995)	بررسی رسائل دانشمندان مسلمان و طومارها، کاربرد هندسه در معماری اسلامی
ارتباط‌شناسی	Dold _ Samplonius (1992), Ozdural (1998 & 2002), sarhangi (2008), Taheri (2017), Nejad Ebrahimi & Tooranpoor (2022) طاهری و ندیمی (۱۳۹۱)، قیومی بیدهندی و مجتهدزاده (۱۳۹۶)، رهروی پوده و ولی‌بیگ (۱۳۹۹)	نحوه انتقال دانش هندسه از نظر تا عمل (از دانشمندان مسلمان تا معماران مسلمان)
انتقادگرا	تری آلن Saliba (1999)	نفی ارتباط بین ریاضی‌دانان و معماران
بازخوانی هندسی	Ozdural (1998 & 2002), Sarhangi (2008) نوایی و حاجی قاسمی (۱۳۹۰)	شناسایی ساختارهای هندسی مولد در معماری اسلامی
شبکه کنش	Necipoğlu (2017), Kheirandish (2017), P. Hogendijk (2017)	شبکه کنش

1. Actor - network theory (ANT)
2. Dold - Samplonius, Yvonne
3. Necipoğlu, ***Ornamental Geometries, A Persian Compendium at the Intersection of the Visual Arts and Mathematical Sciences***, p 46.

رویکرد	پژوهشگران	موضوع
هندسه حجم	Dold - Samplonius (1992), Sarhangi (2008), Boner (2017), Hisarligil and Hisarligil (2018), Nejad Ebrahimi & Azizpour Shoubi (2020)	تأثیر رساله کاشانی بر اندازه‌گیری احجام در معماری، انتقالات کروی، کاربرد چندوجهی‌ها در تزئینات معماری، انتقال گره بر سطح گنبد

این پژوهش با تکیه بر پژوهش های پیشین قصد دارد تا با بررسی منابع مکتوب تاریخی جهان اسلام به ارتباط هندسه حجم و معماری جهان اسلام بپردازد و ارتباط بین معماران و ریاضی دانان جهان اسلام را به واسطه بررسی کاربرد هندسه حجم در معماری و جست‌وجوی هندسه حجم در رساله‌های ریاضی‌دانان مسلمان به‌صورت مشخص‌تری تبیین کند. این پژوهش با با هدف پاسخ به این پرسش‌ها انجام شد: چه نشانه های در ابنیه و منابع مکتوب وجود دارد که نشان‌دهنده تفکر حجمی در صناعت معماری اسلامی ایران باشد؟ کاربرد هندسه حجم در معماری اسلامی در چه شاخه‌های بوده است؟

روش پژوهش

این پژوهش از آن نظر اهمیت دارد که شناخت تفکر هندسه حجمی در معماری، راه‌های جدیدی برای شناسایی عمیق‌تر به آن می‌گشاید. این پژوهش به‌لحاظ هدف از نوع تحقیق‌های بنیادی ـ نظری است و راهبرد انجام آن تفسیری – تاریخی با رویکرد مطالعات تاریخی است. ازآنجایی‌که هدف این پژوهش یافتن تفکر حجمی و کاربرد شاخه‌های آن در معماری براساس آرای دانشمندان مسلمان است، ابتدا به ابعاد تفکر حجمی در معماری می‌پردازد و سپس شاخه‌های هندسه حجم و کاربرد آن در معماری بررسی می‌شود. اطلاعات مورد نظر برای پژوهش، از طریق مطالعه مکتوبات ریاضی‌دانان مسلمان و تطبیق آن با آثار معماری دوران اسلامی به دست آمده است.

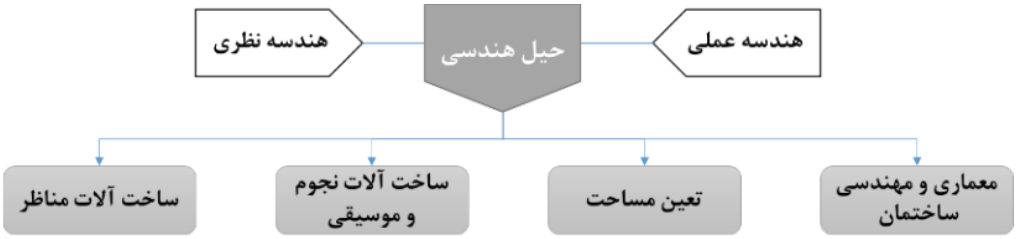
ابعاد تفکر هندسه حجمی در معماری

هندسه یکی از مهم‌ترین شاخه‌های علوم ریاضی مورد پرسش صنعت‌گران از ریاضی‌دانان در جلسات علمی بود. شیوه انتقال و تبادل دانش در این مجالس مبتنی بر سنت یادگیری شفاهی بوده است. در ارتباط شفاهی مهندسان (دانش پایه نظری) و بخش کلان و اصلی آن در تعاملات درون صنفی صنعت‌گران (دانش عملی) به‌صورت نانوشته و مکتوم باقی مانده است.[۱] معماری اسلامی، همواره از

۱. طاهری، «هندسهٔ معماری؛ گفت‌وگوی علم و عمل در سدهٔ چهارم هجری»، ***تاریخ علم***، ش ۲، دوره ۱۹، ۱۴۰۰، ص ۳۶۵.

هندسه به‌عنوان زبان واحد برای پاسخگویی شایسته به نیازهای عملکری، سازه‌ای و زیبایی بهره برده‌اند.[۱] به بیانی دیگر هندسه نظری ریاضی‌دانان را معماران در هندسه عملی به کار گرفته‌اند.[۲]

از زمانی که انسان مشغول ساخت سرپناه برای خودش بود، می‌خواست بداند که چه مقدار مصالح برای ساخت نیاز دارد؛ برای مثال یک رساله نه‌فصلی فنون حسابی چینی وجود دارد که فصل پنجم این رساله «ارزیابی کار»[۳] نام دارد. در این بخش محاسباتی از احجام منتظم وجود دارد که اغلب تعداد افراد مورد نیاز برای کندن و جابه‌جایی آن را نیز ذکر می‌کند.[۴] هرچند دانشنامه‌های اندکی در جهان اسلام وجود دارد که در آن‌ها به‌طور مستقیم از معماری و علوم مرتبط با آن سخن به میان آمده است و عبارتند از ***احصاء العلوم*** از فارابی، ***ارشاد القاصد الئی اسنی المقاصد*** از ابن‌اکفافی و ***المقدمه*** از ابن‌خلدون. با این‌حال، بررسی همین چند رساله نیز تا حدودی نسبت معماری با علوم مرتبط را مشخص می‌سازد و می‌توان ردپای علوم مرتبط را در رساله ریاضی‌دانان مسلمان جست‌وجو کرد. فارابی که علوم تعلیمی را بر هفت شاخه تقسیم می‌کند، و هندسه را ذیل آن به دو شاخه نظری و عملی تقسیم می کند. وی کاربرد شاخه‌های هندسه در صناعت را به‌واسطه ایجاد پیوند با حیل هندسی معرفی می‌کند. شاخه حیل هندسی در رساله وی به چهار دسته تقسیم می‌شود که علم معماری (صناعة الابنیه) در کنار سه علم دیگر در ذیل آن قرار گرفته‌اند.[۵]



تصویر ۱. رابطه سلسله مراتبی هندسه حیل و معماری از منظر فارابی. (ماخذ: نگارندگان)

ابن‌اکفانی علاوه‌بر علم العقود الابنیه، از کاربرد علوم دیگر در معماری نیز یاد می‌کند که این علوم شامل المساحه (مختص اندازه طول خطوط، مساحت سطوح، و حجم اجسام برای موضوع خراج، تقسیم

---

۱. بلیلان و حسن‌پور لمر، «الگوهای هندسی و تناسبات طلایی، زبان مشترک معماری و هنر در روستای تاریخی ابیانه»، ***معماری اقلیم گرم و خشک***، ش ۹، سال هفتم، ۱۳۹۸، ص ۴۵.

۲. رهروی پوده و ولی‌بیگ، «بررسی فرایند طراحی نقشه‌های معماری با واکاوی اسناد تاریخ‌نگارانه و نگاه ویژه به جایگاه دانش هندسه»، ***اندیشه معماری***، ش ۱۴، دوره ۷، ۱۳۹۹، ص ۲۴.

3. Shang kung.

4. Dold - Samplonius, ***Calculating Surface Areas and Volumes in Islamic Architecture***, 2003, p. 235.

۵. فارابی، ***احصاء العلوم***، ص ۹۲ ـ ۷۵.

زمین و اندازه خانه ها)، انباط المیاه (استخراج آب‌ها و جاری‌کردن)، علم جراثقال و در نهایت علم الحساب المفتوح (از کاربردهای علم مساحت) است.[۱]

فصل آخر کتاب ***المقدمه*** ابن‌خلدون، به علوم مرتبط به صناعت می‌پردازد و دانش معماری (صناعة البناء) و نجاری (النجاره) را صناعتی در ارتباط با هندسه معرفی می‌کند. همچنین وی دانش هندسه را مشتمل بر فروعی مانند هندسه کروی و مخروطات و مساحی می‌داند. علاوه‌بر این، بیان می‌کند نجار برای ساختن نیازمند دانستن دانش تناسبات و اندازه ها است و برای شناخت تناسبات باید به هندسه دان رجوع کرد و بیان می‌کند که اقلیدوس، آپولونیوس (نویسنده مقاطع مخروطی) و منلائوس نجار بوده‌اند.[۲] همچنین در تقسیم‌بندی علوم، هنگامی که از هندسه سخن می‌گوید به کاربرد برخی شاخه‌های فرعی آن در حوزه معماری اشاره می‌کند. وی علاوه‌بر علم مساحت (علم مساحه) از علم مخروطات (المخروطات) نیز ذیل فروع هندسه یاد می‌کند که «درباره اشکال و قطوع اجسام مخروطی شکل و کلیه عوارضی است که در این خصوص پدید می‌آید»[۳]

تأکید فیلسوفان مسلمان همچون فارابی بر پیوند عمیق نظر و عمل زمینه های نظری برای آمیختن عقلانی حوزه‌های گوناگون علم و عمل را فراهم آورد. هندسه به‌عنوان یکی از علوم بسیار تأثیرگذار در مکاتب فرهنگی جهان اسلام در پی‌ریزی تمدن اسلامی، اهمیت فراوانی یافت. ملاحظاتی که در منابع مکتوب تاریخی به چشم می‌خورد، ناظر بر پیوند حوزه معماری و ساخت ابنیه با شاخه هندسه است. با توجه به اینکه ابن‌خلدون و ابن‌کفانی به‌طور مفصل‌تر به ارتباط بین هندسه و معماری پرداخته‌اند و به تبع آن، کاربرد حجم در معماری را به‌صورت روشن‌تری بیان کرده‌اند.

براساس این مکتوبات شاخه های هندسه احجام در صناعت ساختمان ناظر بر علم مساحت (دانستن اندازه و تناسبات)، علم مخروطات و هندسه کروی در صناعت ساختمان است. حال با شناخت این شاخه‌ها می‌توان به‌صورت دقیق‌تری به ارتباط هندسه احجام و صناعت معماری در رساله‌های دانشمندان مسلمان پرداخت و ارتباط آن‌ها با معماری را مشخص کرد.

---

۱. ابن‌کفانی، ***ارشاد القاصد الی اسنی المقاصد فی انواع العلوم***، ص ۲۱۲، به نقل از مجتهدزاده، ***مناسبات معماری و علوم در ایران دوران اسلامی***، ص ۱۰۷ و ۱۰۸.

۲. ابن‌خلدون، ***المقدمه***، ج ۲، ص ۲۷۹.

۳. همان، ص ۲۷۸.

تصویر ۲. ابعاد تفکر حجمی در معماری (ماخذ: نگارندگان)

۱. دانش اندازه و تناسبات در تفکر حجمی

تناسبات جزو شاخه‌های بنیادین هندسه است که پژوهشگران بسیاری در نگرش‌های مختلف به آن پرداخته‌اند که این نگرش‌ها شامل نگرش‌های «سازه‌ای»،[۱] «نسبت و اندازه»[۲] و «حکمی[۳] یا قدسی»[۴] دسته‌بندی کرد. براساس منابع موجود در حوزه علم مساحت، مهم‌ترین کاربردهای مسّاحی در معماری

---

۱. ولی‌بیگ و همکاران، «تحلیل ویژگی‌های هندسی و توانمندی معماران محلی در فناوری ساخت گنبدهای دو پوسته گسسته شیوه نایین»، ***پژوهش‌های باستان‌شناسی ایران (نامه باستان‌شناسی)***، ۱۳۹۶؛ کریمیان و سیدی، «هندسه و تناسبات هندسی در ساخت گنبد مساجد صفوی اصفهان (نمونه موردی: مسجد امام و مسجد شیخ لطف‌الله)»، ***ایران شناسی***، ۱۳۹۷؛ فیض‌اله بیگی و همکارن، «تحلیل هندسه نظری و عملی و تناسبات گنبد دو پوسته گسسته مسجد جامع عباسی اصفهان»، ***نشریه هنرهای زیبا ـ معماری و شهرسازی***، ۱۳۹۸؛ فیض‌اله بیگی و همکاران، «بررسی هندسه و تناسبات و ارتباط آن با نظام سازه‌ای بناهای دارای گنبد دوپوسته گسسته در منطقه تفرش»، ***صفه***، ۱۴۰۰.

۲. بمانیان، «مقدمه‌ای بر نقش و کاربرد پیمون در معماری ایرانی»، ***فصلنامه مدرس هنر***، ۱۳۸۱؛ بمانیان و همکاران، «کاربرد هندسه و تناسبات در معماری»؛ رضازاده اردبیلی و ثابت فرد، «بازشناسی کاربرد اصول هندسی در معماری سنتی مطالعه موردی؛ قصر خورشید و هندسه پنهان آن»، ***نشریه هنرهای زیبا ـ معماری و شهرسازی***، ۱۳۹۲؛ پورمند و همکاران، «بررسی تطبیقی تناسبات نمای سردر مساجد شیخ لطف‌الله، جامع عباسی، حکیم و مدرسه چهارباغ اصفهان»، ***نشریه نامه معماری و شهرسازی***، ۱۳۹۴؛ هاشمی زرج‌آباد و همکاران، «بازخوانی تحلیل اصول هندسی و تناسب طلایی در مدرسه شوکتیه»، ***پژوهش‌های باستان‌شناسی ایران***، ۱۳۹۵؛ ضیایی‌نیاء و هاشمی زرج‌آبادی، «تناسب طلائی و سیستم تناسبات ایرانی ـ اسلامی در مسجد جامع قائن»، ***نشریه مرمت و معماری ایران***، ۱۳۹۵.

۳. بلخاری، فلسفه هندسه و معماری؛ بلیلان و حسن پور لمر، «الگوهای هندسی و تناسبات طلایی، زبان مشترک معماری و هنر در روستای تاریخی ابیانه»، ***نشریه معماری اقلیم گرم و خشک***، ۱۳۹۸.

۴. اردلان و بختیار، ***حس وحدت***؛ علی‌آبادی، «هندسه جاویدان (هندسه آسمانی) در معماری اسلامی»، ***نشریه بین‌المللی علوم مهندسی دانشگاه علم و صنعت ایران***، ۱۳۸۶؛ حجازی، «هندسه مقدس در طبیعت و معماری ایرانی»، ***نشریه تاریخ علم***، ۱۳۸۷.

پیمایش سطوح، تقسیم اراضی، برآورد حجم سازه ها و تخمین مصالح ابنیه بوده است.[۱] براساس سفرنامه شاردن: «معماران حق الزحمه خود را براساس درصدی از اندازه ارتفاع و ضخامت دیوارها بر حسب ذراع دریافت می‌کردند».[۲] دستیابی به چنین محاسباتی نیازمند پیوند هندسه و علوم جبری بود. اثر مشهور ابوعبدالله محمد بن موسی خوارزمی (۱۶۴ ـ ۲۳۵) به نام «حساب و الجبر و المقابله»، منشاء پیدایش عصری نوین در ریاضیات و علم جبر به شمار می‌آید. اهمیت این کتاب از آنجاست که برای نخستین بار جبر به‌عنوان شاخه‌ای مجزا و مستقل در ریاضی معرفی شد که بر هیچ سنت شناخته‌شده قبل‌از آن تکیه نداشت.[۳] حیات خوارزمی مقارن با دوره نخستین ترجمه عربی اصول اقلیدوس بود.[۴] «در آثار وی سنت‌های ریاضی یونانی و هندی با هم ترکیب شده است».[۵] براساس باب مساحتی که این اثر به آن می‌پردازد، خوارزمی را بنیان‌گذار حساب عملی می‌دانند. باب المساحه که یکی از فصول مهم این کتاب است، تعریف و تصویری ابتدایی و ساده از اشکال و احجام هندسی ارائه می‌دهد و به اندازه‌گیری مساحت یا محیط و حجم آن می‌پردازد. او حتی برای اندازه‌گیری سطوح چندوجهی نیز راه‌حل ارائه می‌دهد که تفکیک آن‌ها به چندضلعی‌ها است.[۶] اهمیت این کتاب در تفکر حجم‌اندیشی آنجاست که برای اولین بار محاسبات عددی را به در محاسبه حجم وارد می‌کند. قبل‌از وی تعیین مقدار یک حجم به‌صورت عددی ممکن نبود، بلکه به‌صورت مقایسه‌ای انجام می‌شد.

پیوندی که خوارزمی بین جبر و هندسه ایجاد کرد سبب شد که دانشمندان مختلف برای پیوند آن با صناعت و همچنین محاسبه احجام پیچیده‌تر تلاش کنند؛ برای نمونه ابن‌ندیم (۱۳۸۱، ۳۱۷) رساله‌ای به نام ***رساله فی مساحهِ ایوان*** (کتاب در مساحت ایوان) را به یوسف یعقوب بن اسحق الکندی (۲۵۶ ـ ۱۸۵ قمری) منتسب می‌کند که درحال حاضر مفقود شده و براساس اسم آن از محدود رسالاتی بوده که به اندازه‌گیری ایوان‌ها در معماری می‌پرداخته است. همچنین، دانشمندانی چون ماهانی (۲۷۵ ـ ۲۱۰ ق) و بنو موسی (قرن سوم ق)، برای یافتن روش‌های اندازه‌گیری سطوح کروی با استفاده از مقاطع مخروطی تلاش کردند؛ هرچند که تالیفات آن‌ها به‌لحاظ علمی، نظری‌تر از آن است که به‌صورت عملی برای عموم کاربرد داشته باشد، اما دستاوردهای آن برای رسالات دیگر تأثیرگذار بود.[۷] یکی از وجوه کلی تمایز

---

1. Kheirandish, ***an Early Tradition in Practical Geometry; The Telling Lines of Unique Arabic and Persian Sources***, p 102.

۲. نجیب اوغلو، ***هندسه و تزئین در معماری اسلامی (طومار توپقاپی)***، ص ۲۱۵.

۳. رشدی، ***دنیای اسلام، محل تلاقی هندسه و جبر.***

۴. برگرن، ***پژوهش‌های انجام‌شده در تاریخ ریاضیات دوره اسلامی تا سال ۱۹۸۵ میلادی***، ص ۱۳.

۵. نصر، ***علم در اسلام***، ص ۱۴۷.

۶. خوارزمی، ***جبر و مقابله.***

۷. گیلیسپی، ***زندگی‌نامه علمی دانشمندان اسلامی***، ج ۱، ص ۲۹۵.

هندسه از سنت‌های هندسه یونانی، گرایش‌های آن‌ها به محاسبات عددی است. در هندسه یونانی مساحات و احجام معمولاً برحسب مساحات و احجام دیگر (یعنی فقط با تفسیر هندسی) بیان می‌شده اند؛ مثلاً ارشمیدوس حجم یک کره را معادل چهار برابر حجم یک مخروط با قاعده ای معادل دایرهٔ عظیمه کره و ارتفاعی معادل شعاع کره مزبور می‌دانسته است.

ابوالوفا (۳۸۸ ـ ۳۲۸ ق) روی ***المجسطی*** بطلمیوس کار کرده بود و به مناسبت آن روابط کاملاً جدیدی در مثلثات مطرح کرد. وی جدول سینوسی را خیلی دقیق تر از آنکه قبل‌از او بوده است، تنظیم کرد. ابوالوفا یکی از نخستین طریقه اثبات قضیه کروی سینوس‌ها و اثبات قضیهٔ تانژانت‌ها در مثلث قائم الزاویه کروی را به دست می‌دهد.[۱]

رساله ***فی مایحتاج الیه اعمال و الصنّاع من الشکال الهندسه*** تأثیرگذارترین تألیفات در زمینه هندسه سطوح کروی بوده است که با استفاده از دستورالعمل‌های عملی بر سطح کره را تقسیم‌بندی می‌کرد. او ابتدا دایره‌های بر سطح را رسم می‌کند و با استفاده از آن‌ها سطح کره را تقسیم می‌نماید. ابوالوفا بوزجانی علاوه‌بر کتاب ***هندسه عملی***، رساله دیگری به نام ***کتاب مایحتاج الیه العمال و الکتاب من صناعهٔ الحساب*** نیز داشته است. ترجمه نام این کتاب «اعمال مورد نیاز و کتاب در صناعت حساب» است و در مورد جبر و حساب است که به نظر می‌رسد به حساب عملی می‌پردازد.[۲]

وی بر محاسبه سطوح محیط و احجام پرداخته و برای اولین‌بار به سایر جنبه‌ها مانند اندازه‌گیری مصالح ساختمانی، محاسبه هزینه، تخمین وزن ساختمان و سازه‌های آبی در ساختمان می‌پردازد.[۳]

وی اولین شخصی بود که اندازه‌گیری قبّه (گنبد)ها را عنوان کرد و همچنین تعریف و روش محاسبه درستی از بیانات ارشمیدوس می‌دهد. سپس به محاسبه حجم و سطوح گنبدهای نیمه‌کرویِ توخالی در بخشی از حساب عملی رساله‌اش می‌پردازد.[۴] ابن‌هیثم (۴۳۰ ـ ۳۵۴) نیز در رساله ***فی مساحه المجسّم المکافی*** (یا ***المتکافئه***) روش افناء را برای پیداکردن حجم‌های که برخی از آن‌ها تا زمان او محاسبه نشده بودند، به کار برده است. به‌این‌ترتیب ابن‌هیثم توانست در محاسبه حجم حاصل از دوران، محور دوران را برای اولین‌بار به طور دلخواه انتخاب کند.[۵]

---

۱. شهریاری، ***نقش دانشمندان ایرانی در پیشرفت ریاضیات، گوشه‌ای از سیمای تاریخ تحول علم در ایران***، ص ۲۰۱؛ نصر، ***علم در اسلام***، ص ۹۵.

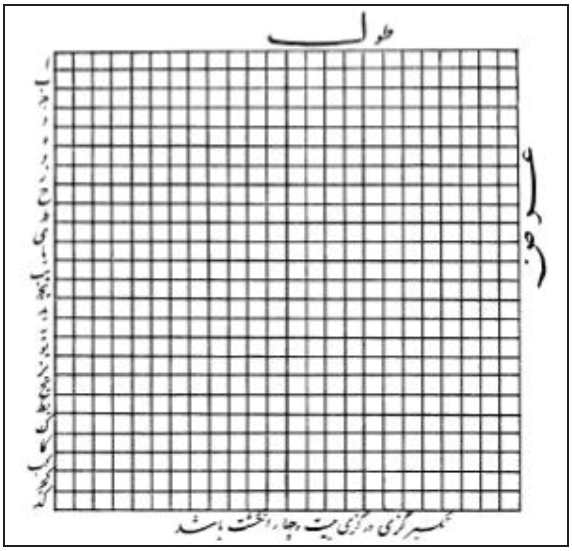
۲. شهریاری، ***همان***.

3. Taheri, "Practical Arithmetic in Islamic Architecture; A Critical History and Survey". ***International Journal of Architectural Heritage***, 11; 5, p. 749.

4. Dold - Samplonius, ***Calculating Surface Areas and Volumes in Islamic Architecture***, p. 248.

5. Rashed, ***Classical Mathematics From Al - Khwarizmi To Descartes***, p. 507.

محمد بن ایوب طبری (قرن پنجم) در ***مفتاح المعاملات*** نیز به علم مساحت می‌پردازد و طریقه محاسبه برخی از اشکال هندسی را بیان می‌کند که این اشکال در هنر گره‌چینی نیز کاربرد داشتند و برای شکل آلت طبل را «مطبل» معرفی می‌کند. علاوه‌بر این برخی از اشکال هندسی دیگر نیز وجود دارند که بسیار شبیه آلت‌های گره هستند.[۱] همچنین، وی در باب ۲۸ که تکثیر مساحت نام دارد، شبکه‌ای متعامد را ارائه می‌دهد که براساس واحد گز است. طریقه به‌دست‌آوردن مساحت را آسان می‌کند و در توصیف این باب چنین آمده که «اما مساحت تکثیر عدد هاست، آنکه ضرب کنیم عددی در عددی، مثلاً چون گزی در گزی که ... ».[۲]

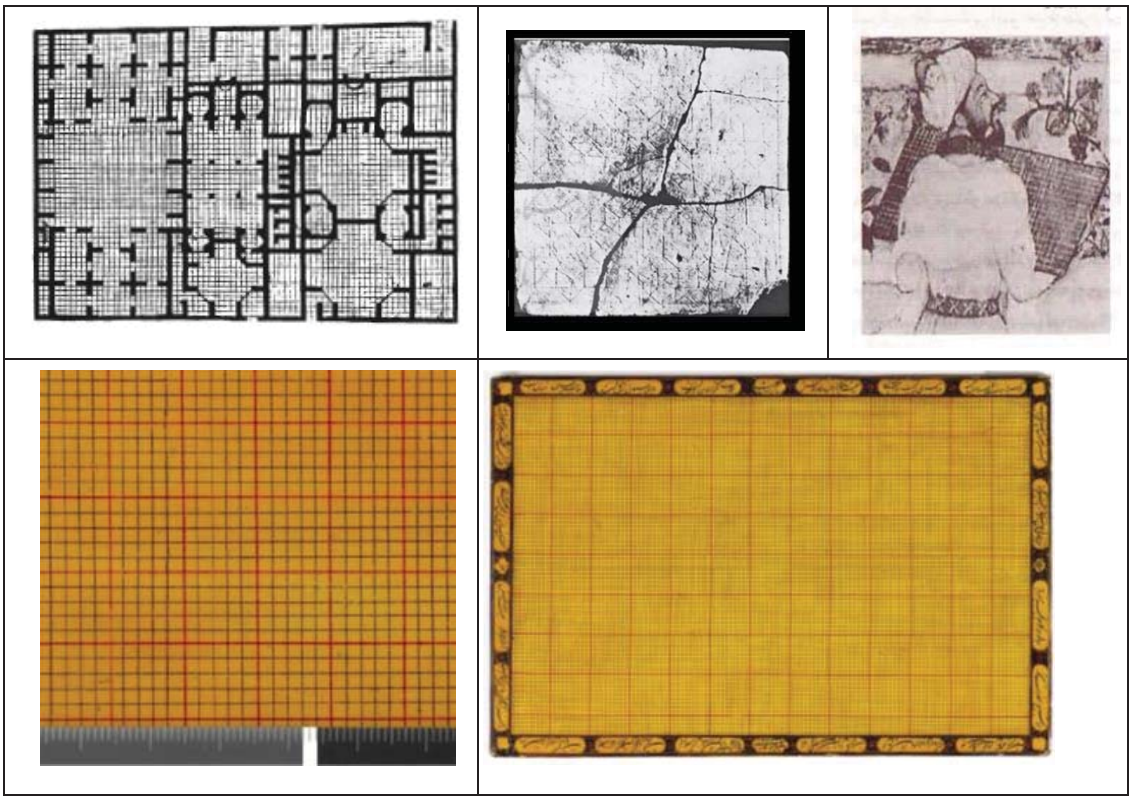


تصویر ۳. شبکه تکثیر مساحت در رساله ایوب طبری[۳]

علاوه‌بر اینکه پیرنیا تأکید داشت که معماران سنتی طرح‌هایشان را براساس واحد گز سامان می‌دادند، اهمیت این شبکه تکثیر از آنجا آشکار می‌شود که این شبکه بسیار همخوان با آن چیزی است که گلمبک و ویلبر[۴] تحت عنوان «نظام شبکه‌بندی» معرفی می‌کنند و افرادی چون برنارد اوکین[۵] شبکه شطرنجی را اساس پیمون‌بندی نقشه‌های دوره تیموری می‌دانند، و همچنین بولاتف[۶] نیز فرایند مشابهی را برای

۱. طبری، ***مفتاح المعاملات***، ص ۱۶۸؛ ۱۷۵ و ۱۷۸.
۲. همان، ص ۱۸۱.
۳. همان، ص ۱۸۲.
۴. گلمبک، و ویلبر. ***معماری تیموری در ایران و توران***.
۵. اوکین، ***معماری تیموری در خراسان***.
6. Bulatov, Геометрическая гармонизация в архитектуре средней азии.

وحدت بخشی در طرح دوبعدی و سه‌بعدی معرفی می‌کند. شواهد فراوانی وجود دارد که مهندسان، نقشه عمارت‌ها را پیش‌از انتقال به خاک و رنگ‌ریزی، بر صفحه یا صفحاتی رسم می‌کردند و به بنایان می‌سپردند تا بنا را مطابق نقشه برآورند. این تخته یا لوح را در فرهنگ‌ها «زیج» هم گفته‌اند.[۱] علاوه‌بر این، آثاری از گذشته برجای مانده که نشانگر کاربرد چنین شبکه‌ای در فرایند معماری است که در تصاویر زیر نشان داده شده است. مدرک دیگری که نشان از کاربرد شبکه تکثیر در معماری است، لوحی چوبی (زیج) دارای شبکه‌بندی‌های منظم شطرنجی است که در هر دو روی خود کتیبه‌های با خط شکسته نستعلیق دارد که به نظر، بخشی از یک فتوت‌نامه معماری است.[۲]



تصویر ٤. وجود شبکه شطرنجی در مینیاتور کمال‌الدین بهزاد، پلان ربع مقرنس، نقشه مکان نامعلوم در طومار توپقاپی و زیج (لوح معماری) قاجاری در موزه ملک تهران[۳]

غیاث‌الدین جمشید کاشانی (۸۰۸ ـ ۷۵۸) از دانشمندان بزرگ دربار تیموری بود که معماری چیره‌دست نیز بود. رساله برجسته کاشانی ***مفتاح الحساب*** نام دارد که مشتمل بر یک مقدمه و پنج مقاله است. مقاله

۱. رکنی، «فتوت‌نامه و لوح معماری (زیج) از دوره قاجار در کتابخانه و موزه ملی ملک»، ***فصلنامه علمی اثر***، ش ۳۵، ص ۵۵.
۲. همان، ص ۵۱.
۳. نجیب‌اغلو، ***هندسه و تزئین در معماری اسلامی***، ص ۱۰ ـ ۴؛ رکنی، «فتوت‌نامه و لوح معماری (زیج) از دوره قاجار در کتابخانه و موزه ملی ملک»، ***فصلنامه علمی اثر***، ش ۳۵، ص ۵۲.

چهارم این کتاب، شامل نه باب است و باب نهم آن نیز «فی مساحق البنیـه و العمـارت ... الطـاق الازج» نام دارد. هدف او از تألیف این کتاب توسعه حساب عملی بوده است[۱] و در مقدمه آن مـی‌گویـد: «مـن در تحریر این کتاب هر چیزی را که برای محاسبات دقیق روزمره نیاز است را شرح داده ام.» و همچنـین در ادامه می‌افزاید: «از محاسبات طولانی و اختصار رنجش‌آور احتراز کنید.»[۲] در متون برخی ریاضی‌دانـان در زمینه حساب عملی به کاربردهای ترکیبی هندسه و حساب در فرایند ساخت بناها پرداخته شده است کـه در زیر مجموعه علم مساحت و یا با عنوان حساب الابنیه و العمارت هستند.[۳]

کاشانی در رساله خود توجه ویژه‌ای به احجام داشته است و علاوه‌بر تعیـین واحـد حجـم بـرای وزن اجسام، به پنج حجم معروف افلاطونی و احجام ارشمیدسی نیز اشاره می‌کند. سـپس بـه بـاب نهـم ورود می‌کند[۴] و در مقدمه باب نهم با عنوان «فی مسـاحق البنیـه و العمـارت ... الطـاق الازج» نقـل مـی‌کنـد «پیشه‌وران این هنر تنها از قوس‌ها و طاق‌ها نام‌برده‌اند، درحـالی‌کـه آن بـه‌درسـتی انجـام نشـده اسـت. بنابراین من آن‌ها را در یک روش مناسب، پوشش خـواهم داد، زیـرا احتیـاج بـه حسـاب ابنیـه بـالاتر از سایر نیازهاست».[۵]

کاشانی در این باب، تاق، ازج، قبه، مقرنس و انـواع آن را تعریـف کـرده، سـطوح و حجـم هریـک را محاسبه کرده که شامل سه بخش است.[۶] کاشانی فصل اول را با انتقاد از پژوهشگران پیشینی که طاق‌ها و قوس‌ها را نصف یک استوانه توخالی تعرف کرده بودند آغاز می‌کند و می‌گوید که ما چنین طـاقی را در ساختمان‌ها قدیمی یا جدید ندیدیم. وی در تعریف طاق، آن را پوسته دولایه‌ای می‌داند که بینشان فاصله است و این لایه‌ها کاملاً با یکدیگر موازی هستند.[۷] وقتی به چنین تعریفی از کاشانی مـی‌نگـریم متوجـه می‌شویم که دیدگاه او به‌جای وجه انتزاعی طاق، به‌طور ملموس‌تری به ماهیت خود طـاق و حجـم آن و اینکه طاق یک عنصر بدون ضخامت نیست توجه دارد. همچنین وی چهار روش ترسـیم بـرای طـاق‌هـا ارائه می‌دهد.

یکی از دستاوردهای مهم این رساله، ارائه راه‌حل‌های نوین در محاسبه حجـم طـاق‌هاسـت. کاشـانی براساس روش‌های ترسیم خود، جداولی ارائه مـی‌دهـد کـه براسـاس روش‌هـای ترسـیم و دهانـه طـاق،

---

1. Dold - Samplonius and L. Harmsen, ***Muqarnas: Construction and Reconstruction***, p. 710.

۲. سمپلونیوس، «روش کاشانی برای محاسبه قوس‌ها»، ***آیینه میراث ویژه تاریخ علم (۲)***، ش۲۸، سال سوم، ص ۷۵.

3. Taheri, "Practical Arithmetic in Islamic Architecture; A Critical History and Survey". ***International Journal of Architectural Heritage***. 11; 5, p. 748.

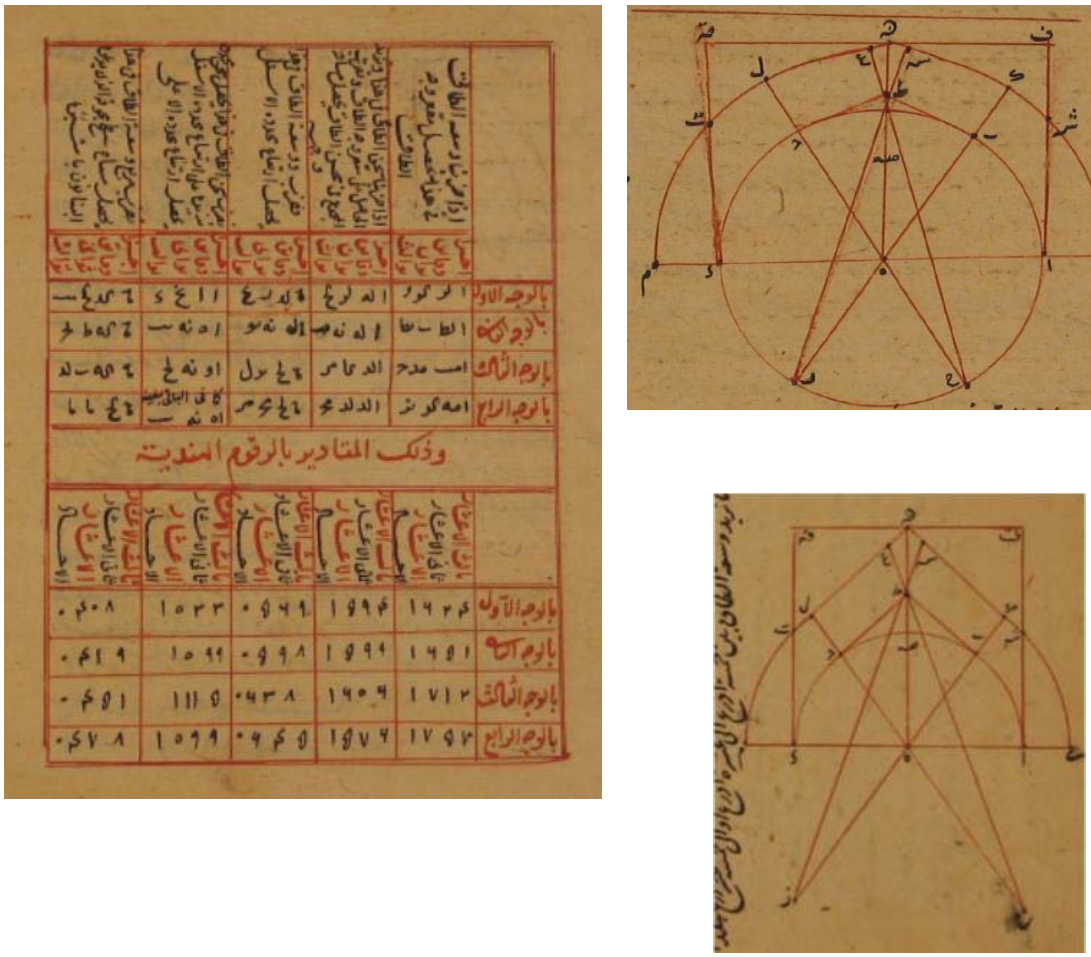
۴. جذبی، ***رساله طاق و ازج***، ص ۲۲.

5. Al - Kashi, Al - Kashi's Miftah al - Hisab, p. 149.

۶. جذبی، ***رساله طاق و ازج***.

7. Al - Kashi, Al - Kashi's Miftah al - Hisab, p 149.

مساحت آن قابل محاسبه است. سپس عنوان می‌کند که وقتی مساحت طاق را به دست آوردیم با ضـرب مساحت در عرض طاق حجم آن به دست می‌آید.[۱]



تصویر ۵. دو نمونه از چهار روش ترسیم طاق‌ها در رساله کاشانی

و جدول محاسبه حجم طاق در رساله کاشانی[۲]

کاشانی در این رساله به نوعی محاسبات الگوریتمی را به کار گرفـت کـه روش جدیـدی نسـبت بـه روش‌های پیشین بود.[۳] ارزش این جداول زمانی آشکار می‌شود که توجه کنیم معماران آن دوره برای امور ساختمانی غالباً برآوردهای پرخطا و لذا پرهزینه‌ای را انجام می‌داده‌اند؛ چون محاسبات مربوط به قوس‌هـا

1. Ibid.

۲. همان.

3. Dold - Samplonius and L. Harmsen, ***Muqarnas:Construction and Reconstruction***.

دقتی تا سه رقم اعشار صحیح دارد، جداول کاشانی به تمام مقاصد عملی در آن عصر پاسخ می‌دهد. علاوه‌بر این، کاشانی به محاسبه مساحت گنبد می‌پردازد و در این محاسبه نیز دیدگاهی مبتنی بر حجم دارد و به دولایه‌بودن گنبد اشاره می‌کند. بعد از فصل طاق و ازج، در یک بخش به محاسبه انواع مقرنس می‌پردازد. این رساله تنها رساله شناخته‌شده است که مقرنس‌ها را محاسبه می‌کند. یکی از نکات مورد تأمل در این رساله این است که جهت معماری را به سمت مهندسی‌شدن بیشتر سوق داده است؛ زیرا در این رساله وزن اجسام گوناگون در واحد حجم مشخص شده است و به‌واسطه دستورالعمل‌هایی در رابطه با تعیین حجم انواع بخش‌های ساختمان معمار را قادر به تعیین وزن ساختمان می‌کند؛ این خود پیشرفتی بزرگ در رابطه با علوم مرتبط با حساب البنیه است. بررسی دانش اندازه و تناسبات در تفکر حجمی نشان داده که این دانش در پیوند با صناعت معماری، توسعه فراوانی یافت. این دانش توسط خوارزمی با محاسبه عددی مساحت پایه‌گذاری شد و محاسبات الگوریتمی مربوط به بنا توسط کاشانی توسعه یافت. کاربرد دانش اندازه و مساحت در معماری شامل مساحت تناسبات فضایی، و مساحت عناصر، محاسبه مصالح، وزن و میزان دستمزدها است.

۲. هندسه کروی در تفکر حجمی

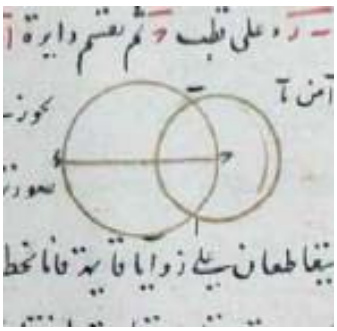
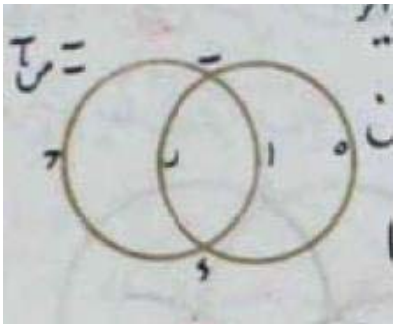
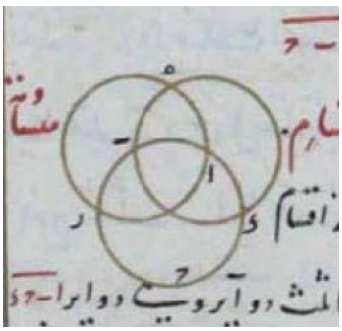
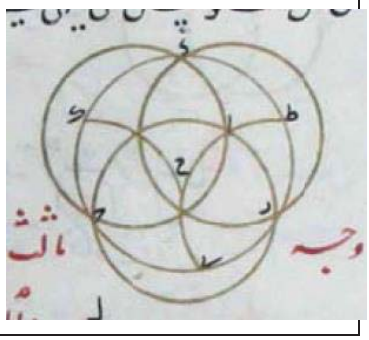
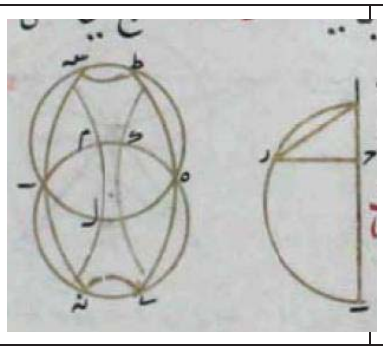
در دوره اسلامی فرض بر این بود که جهان از دو کره هم مرکز تشکیل شده است. کره کوچکتر درون زمین بود و کره بزرگتر بیرونی «کره آسمانی»[1] نامیده می شد که ستارگان و خورشید بر روی آن قرار داشتند؛[2] چون باور بر این بود که جهان دور زمین می‌چرخد. ریاضی‌دانان قرون دوم و سوم هجری روش یونانیان را برای حل مثلثات در علم هیأت به کار بستند، اما در قرن چهارم هجری عده‌ای از علمای ایرانی به‌جای قضیه منلائوس قضایایی کشف کردند که از قضیه قبل ساده‌تر بود[3] و تا قرن پنجم / یازدهم مثلثات مسطحه و کروی ذیل آن توسعه می یافت تا آنکه بیرونی آن را ذیل علمی مستقل مورد بررسی قرار داد.[4] از افراد تأثیرگذار در دوره‌های آغازین می‌توان بَتّانی (ابوعبداللّه محمد بن جابر بن سنان بتّانی حرانی صابی)، حبش حاسب و عبدالرحمان صوفی را نام برد که نصر می گوید: «بتّانی (۲۱۴ ـ ۳۱۷) فردی بود که علم مثلثات را در نجوم به‌کار گرفت و برای تکامل مثلثات کروی تلاش کرد».[5]

---

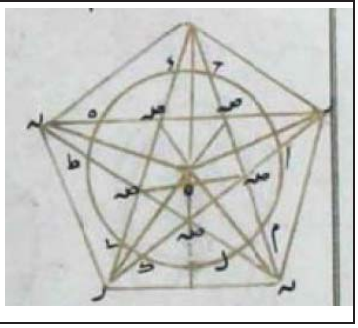
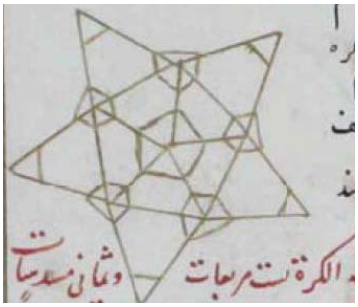
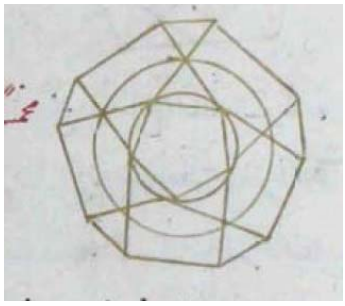
1. Celestial Sphere.
2. Liuni, ***Experiencing Mathematical Proves Syntax Of An Astrolabe***, p. 21.
۳. فلاحی و همکاران، «نقش قواعد مثلثاتی در عناصر معماری ایران از دیدگاه غیاث‌الدین جمشید کاشانی»، ***فلسفه علم***، پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی، ش ۲، ص ۱۳۵.
۴. قربانی، ***بیرونی‌نامه***، ص ۹۳.
۵. نصر، ***علم در اسلام***، ص ۹۵.

ابراهیم بن سنان بن ثابت بن قرّه حرانی ابواسحاق (۳۳۵ ـ ۲۹۶ ق) کتابی درباره سهمی بر روی سطوح کروی تألیف کرد که برخی مانند خانم گلرو نجیب اوغلو، وی را الهام‌بخش ابوالوفا بوزجانی می‌دانند.[1] ثابت بن قره نیز رساله‌ای با عنوان ***فی مساحة الاشکال المسطحة و المجسّمة*** داشت که به اندازه‌گیری اشکال دو بعدی و احجام می‌پرداخت.[2] بخش انتهایی کتاب هندسه عملی بوزجانی (۳۸۸ ـ ۳۲۸ ق) به احجام کروی و تقسیم سطح کره اختصاص دارد، این بخش که باب دوازده کتاب است، با دایره عظیمه روی سطح کره آغاز می‌کند، و سپس طریقه ترسیم دو و سه دایره عظیمه روی سطح کره را شرح می‌دهد. وی سپس با استفاده از دوایر عظیمه تقسیم سطح کره را شرح می‌دهد. پس‌از این وی روش تشکیل احجام کروی روی سطح گنبد با استفاده از تقسیمات به‌واسطه دایره عظیمه را بیان می‌کند؛ او این کار را با تقسیم سطح کره به بیست قسمت مساوی آغاز می‌کند که همان بیست‌وجهی افلاطونی است. همچنین وی به‌دست‌آوردن دوازده‌وجهی افلاطونی بر روی سطح را توضیح می‌دهد و بعداز آن به طریقه به‌دست‌آوردن احجام ارشمیدوسی می‌پردازد که تصاویری از ترسیمات وی در رابطه با احجام کروی در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول۲. احجام کروی در رساله بوزجانی۳

دایره عظیمه روی کره	دو دایره عظیمه عمود بر هم روی کره	سه دایره عظیمه عمود بر هم
		
تقسیم سطح کره		
		

1. Necipoğlu, Ornamental Geometries, ***A Persian Compendium at the Intersection of the Visual Arts and Mathematical Sciences***, p 70.
2. Cromwell, Polyhedra.
۳. بوزجانی، ***رساله فی مایحتاج الیه اعمال و الصنّاع من الشکال الهندسه در کتابخانه ایاصوفیه***، شماره ۲۷۵۲.

تقسیم سطح کره بر بیست قسمت مساوی	احجام ارشمیدوسی	
		

ابوسهل کوهی (۳۳۰ ـ ۳۹۰ هجری) رساله‌های برجسته‌ای به‌نام‌های ***تقسیم الکره بسطوح مساویه*** و ***کتاب البرکار و العمل به*** داشت. او وسیله‌ای به نام «پرگار تام» ساخت و با آن مقاطع مخروطی (دایـره، بیضی، سهمی و هذلولی) را رسم می‌کرد[۱]. با این ابزار می‌توان خطوط راسـت، دایـره، بیضـی، هـذلولی و سهمی را با حرکت اتصالی ترسیم کرد.[۲] که بنا به تعاریف، این پرگار این قابلیت را داشت تا روی سـطوح کروی گنبدها کاربرد داشته باشد و آن را تقسیم‌بندی کند. یکی دیگر از رساله‌های که بـه او نسـبت داده می‌شود رساله مجهول المؤلف «فی تداخل الشکال.. » است.

Kitāb al-Qūhī fī al-birkār al-tāmm, MS Istanbul, Raghib Pasha 569, fol. 235ᵛ.

---

۱. لنجانی، ***هندسه در هنر و معماری و کاربرد آن در آموزش ریاضی***، ص ۶۱.

۲. منتظر و سلطان‌زاده، ***بازتاب ترسیمات هندسی ریاضیدان ایرانی، ابوسهل بیژن بن رستم کوهی در نقـوش هندسـی معمـاری***، چهارمین کنفرانس ملی ***معماری و شهرسازی؛ پایداری و تاب‌آوری، از آرمان تا واقعیت***، دانشگاه آزاد قزوین، ص ۶.

۳. کوهی، ***رساله البرکار***.

خجندی، یکی دیگر از دانشمندان هم‌عصر کوهی بوده که در قرن چهارم می‌زیسته و در این حوزه فعالیت داشته است. وی رساله‌ای با عنوان ***فی عمل الاته العامة (اسطرلاب)*** داشت و در این رساله در مورد محاسبه روابط بین دوایر عظیمه روی کره که همدیگر را قطع می‌کنند بحث کرده است. علاوه‌بر این ریاضی دانان دیگری همچون بیرونی (۴۶۲ ـ ۳۶۲ ق) و ابوجعفر محمد بن محمد بن حسن طوسی ۶۵۳ ـ ۵۷۹ ق) برای توسعه دانش مثلثات کروی بسیار کوشیدند. دانش هندسه کروی، بخش مهمی از تفکر حجمی در جهان اسلام را شکل می‌دهد و به نظر می‌رسد به‌خاطر کاربرد آن در گاه‌شماری اوقات شرعی و جهت‌یابی قبله، بیشترین توجه معطوف به این شاخه از تفکر حجمی بوده است. کاربرد این شاخه که با کیهان‌شناسی و نجوم آغاز شد، با تبیین روش بوزجانی که انتقال کروی احجام به‌واسطه دوایر عظیمه رقم می خورد با معماری گره خورد و به‌واسطه آن، ابزاری چون پرگار تام برای کار بر روی سطوح کروی همچون گنبد اختراع شد.

۳. دانش مقاطع مخروطی

مقاطع مخروطی بر صفحه‌ای عمود بر مخروط پدید می‌آید که براساس موقعیت صفحه نسبت به مخروط مقطع حاصل می‌شود که این مقاطع می‌تواند شامل دایره، بیضی، سهمی و هذلولی باشد.[۱] ریاضی‌دانان مسلمان نیازمند درک اساسی هماهنگ بین راه‌حل‌های مرتبط با مسائل حجم، براساس تبدیل آن‌ها به معادلات مکعبی خاص بودند.[۲] ازاین‌رو مسائلی در هندسه عملی وجود داشته که به‌وسیله مقاطع مخروطی حل شده است.[۳] ریاضی‌دانان دوره اسلامی معادله‌های درجه سوم را به کمک مقاطع مخروطی حل کردند که براساس خاصیت ساده مقاطع مخروطی بود. برخی از ریاضی‌دانان و هندسه‌دانان، به‌ویژه کوهی و ابن‌هیثم، مساحت مقاطع مخروطی و نیز حجم و مرکز ثقل برخی اجسام حاصل از دوران مقاطع مخروطی را مطالعه کردند.[۴]

ابن‌خلدون برای استفاده از مقاطع مخروطی در معماری و حرفه هایی که با اجسام سروکار دارند چنین گواهی داده است: «قطوع مخروطی، شعبه ای است از هندسه. این علم متعلق است به مطالعه اشکال و قطوعی که از مخروطات حاصل می شود و خواص مخروطات را به‌واسطه براهین هندسی مبتنی بر هندسه اولی اثبات کند. نفع آن بهر حِرفی که با اجسام پردازند هویداست و هم در ساختن تماثیل معظمه

---

۱. قربانی، ***بیرونی‌نامه***، ص ۱۶۵ ـ ۱۶۴.

2. Sinclair, ***Mathematical Applications of Conic Section in Problem Solving In Ancient Greece and Medieval Islam***, p. 60.

۳. هوخندایک، «مطالعه مقاطع مخروطی در دوره اسلامی»، ***میراث علمی اسلام و ایران***، سال دوم، ش ۱، ص ۸۶.

۴. همان، ص ۹۵.

[ابنیه] و هیاکل حسیمه و جرأثقال و نقل هیاکل به مساعدت آلات و ادوات حیل و فنون و قرقره و امثالها به کار آید».[۱] این موضوع آشکار می کندکه چرا برخی هندسه‌دانان دوره اسلامی، به ویژه کوهی و ابن‌هیثم، مساحت مقاطع مخروطی و نیز حجم و مرکز ثقل برخی اجسام حاصل دوران مقاطع مخروطی را مطالعه کرده‌اند. سجزی (۴۱۴ ـ ۳۱۰ هجری) نیز تحقیقاتی درباره تقاطع اجسام حاصل از دوران مقاطع مخروطی با صفحه انجام داده است.[۲] سجزی رساله‌ای به نام ***فی خواص القبه الزائده و المکافیه*** در رابطه با خواص گنبدهای هذلولی و شلجمی شکل نوشت.[۳] یکی دیگر از رساله‌های برجسته ابو السهل کوهی (۳۳۰ _۳۹۰ هجری) در زمینه احجام رساله ***فی استخراج مساح الحاسمه المکافی***[۴] است که موضوع آن مقاطع مخروطی و احجام بوده است. به نظر می رسد این رساله که در کتابخانه سلیمانیه نگهداری می‌شود، مرتبط با هندسه عملی صناعت ساختمان بوده است. او رساله را با انتقاد از ثابت بن قره آغاز می کند که وی محاسبه حجم مقاطع مخروطی را به‌صورت بسیار پیچیده بیان کرده است، درصورتی‌که خودش راه‌حل‌های بسیار متفاوتی را ارائه می‌دهد.[۵] این تلاش کوهی برای ساده‌کردن مقاطع مخروطی نشان‌دهنده این است که وی در رساله خودش صرفاً تلاش نمی کرد تا بیانی ریاضی و نظری داشته باشد، بلکه می خواست با ساده‌کردن محاسبات، بر کاربرد عملی آن در نزد اهل حرف و صناعت بیافزاید. کاربرد احجامی همچون مقاطع مخروطی اشاره‌شده توسط ابن‌خلدون و استوانه در معماری اسلامی بسیار مشهود است و عناصری چون طاق آهنگ، گوش‌سازی، فیلپوش و گنبدها نیز پیرو هندسه این احجام هستند.

---

۱. نجیب اوغلو، ***هندسه و تزئین در معماری اسلامی (طومار توپقاپی)***، ص ۱۹۱ ـ ۱۹۰.

۲. هوخندایک، «مطالعه مقاطع مخروطی در دوره اسلامی»، ***میراث علمی اسلام و ایران***، سال دوم. ش ۱، ص ۸۶.

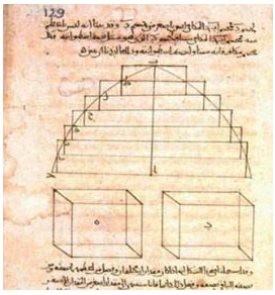
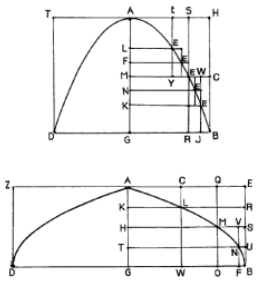
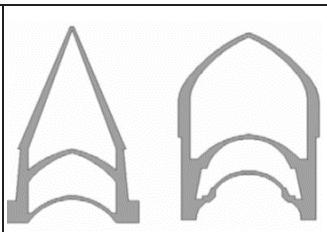
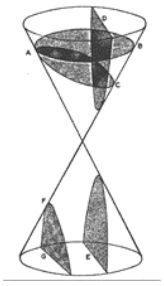
۳. هاشمیان، ***تبیین مطالعات مقاطع مخروطی در مباحث هندسه اسلامی و نقش آن در معماری و نقوش تزئینات***، ص ۵.

4. Fi istikhråj misåhat al - mujassam al - mukåfi.

5. Dold - Samplonius, ***Calculating Surface Areas and Volumes in Islamic Architecture***, p. 252.

جدول ۳. مقاطع مخروطی ترسیم‌شده توسط کوهی و کاربرد آن

در ترسیمات پوشش‌ها (تنظیم جدول: نگارندگان)

ترسیم هندسی طاق از ابوسهل کوهی[۱]	ترسیمات مقاطع مخروطی و مقطع گنبد منتسب به کوهی از رساله فی استخراج ...[۲]	کاربرد مخروطات در گنبدها و استخراج مقاطع سهمی از مخروط[۳]	
			

دراین‌رابطه بوزجانی (۳۸۸ ـ ۳۲۸ ق) نیز مسائل بغرنجی را که در ارتباط با مقاطع مخروطی است، مانند تقسیم زاویه به سه قسمت مساوی یا ترسیم مکعبی مساوی مکعب دیگر را به جواب‌های تقریبی با شیوه‌های دستی ساده‌ای تبدیل می‌کند.[۴] اوزدورال[۵] (۱۹۹۸) روش‌های ابوالوفا را برای حل مسئله صنعتگران در شکست طاق‌ها ناموفق می‌دانست و بیان داشت که این روش‌ها برای نشان‌دادن چگونگی حل مسئله با روشی منطقی بوده است. هرچند که برتری بوزجانی در پیوند میان نظر و عمل است. آلبرشت دورر[۶] (۱۵۲۸ ـ ۱۴۷۱ / ۹۳۴ ـ ۸۷۶) کتابی به نام ***راهنمای آموزش پیمایش خط و سطح و حجم به وسیله پرگار و لبه صاف (خط‌کش)*** تألیف کرد که طیف وسیعی از ترسیمات هندسی سنت‌های مسلمانان و مسیحیان را به نسل‌های آینده منتقل کرد. وی پس‌از ارائه ترسیمات مسطحه و فضایی به مقاطع مخروطی، نقوش کاشی و معرق حاصل از چندضلعی‌های منتظم به‌هم‌پیوسته سخن می‌گوید.[۷] در رساله مجهول المؤلف ***فی تداخل الاشکال المتشابهة***... ابن‌هیثم رساله‌ای درباره ترسیم یک مثلث قائم الزاویه دارد، درباره ترسیم یک مثلث قائم الزاویه با استفاده از یک سهمی و یک هذلولی

---

۱. کوهی، ***فی استخراج مساح الحاسمه المکافی***.

2. Dold - Samplonius, ***Calculating Surface Areas and Volumes in Islamic Architecture***, p. 252.

3. Ashkan & Ahmad, Significance of Conical and Polyhedral Domes in Persia and Surrounding Areas; Morphology, Typologies and Geometric Characteristics", ***Nexus Netw J***, 14, p. 276.

بزنوال، ***فن‌آوری تاق در خاور کهن***، ص ۴۰.

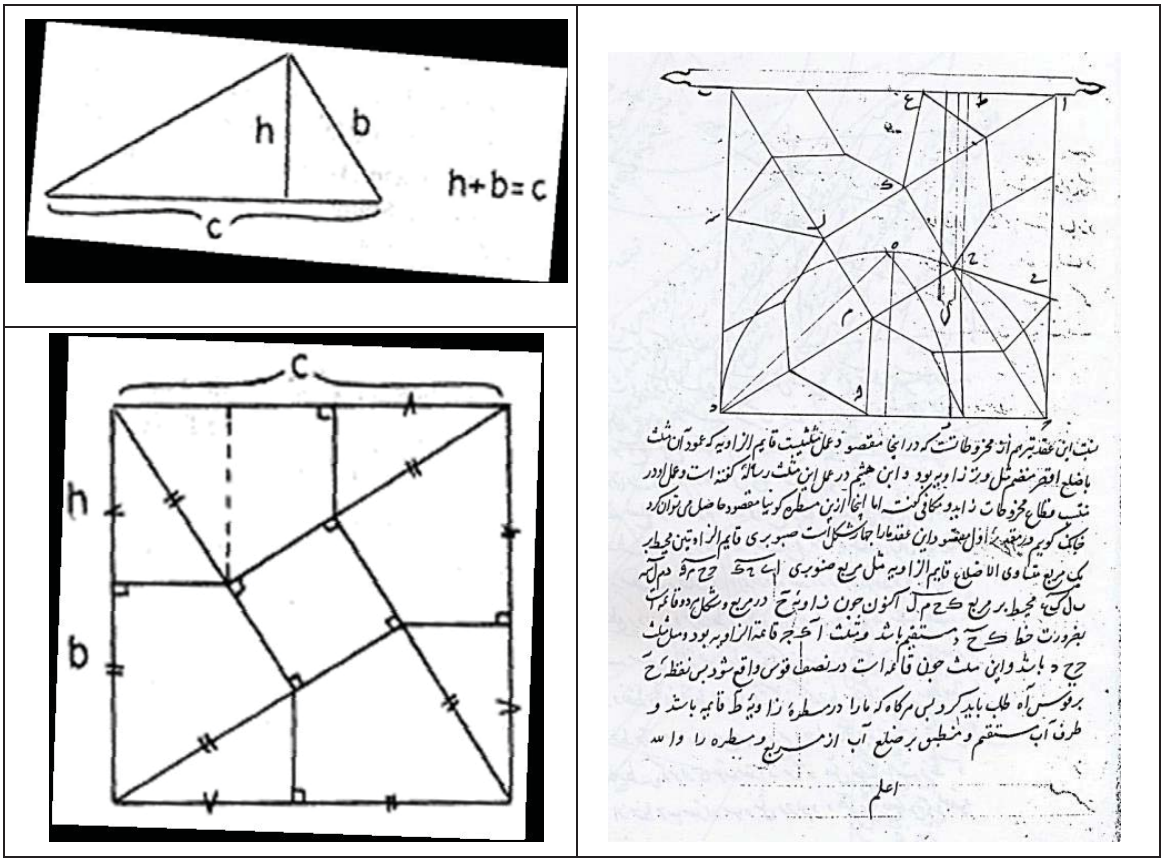
۴. نجیب اوغلو، ***هندسه و تزئین در معماری اسلامی (طومار توپقاپی)***، ص ۱۸۷.

5. Özdural, Alpay.

6. Albrecht Dürer.

۷. نجیب‌اوغلو، ***هندسه و تزئین در معماری اسلامی (طومار توپقاپی)***، ص ۲۲۱ و ۲۲۳.

که مجموع ارتفاع کوچکترین ضلع آن با وترش برابر باشد که هیچ نسخه‌ای از این رساله در دسترس نیست. مؤلف ناشناس اضافه می کند، ابن‌هیثم متأثر از هندسه عملی چنین مثلثی را ترسیم می کند که برای ترسیم دقیق یک طرح کاشیکاری لازم است.[۱]



تصویر ۷. ترسیم مثلث قائم الزاویه در رساله مجهول المؤلف با روش ابن‌هیثم[۲]

علاوه‌بر ترسیم ابن‌هیثم، نسخه خطی رساله عربی کوتاهی متعلق به عمر خیام نیز در کتابخانه مرکزی دانشگاه تهران به شماره ۱۷۵۱/۲ وجود دارد که خیام آن معادله را به کمک مقاطع مخروطی حل کرده است.[۳] مثلث خیام دارای یک مفهوم عملی که از معادله درجه سه X3+bX=cx2+a است که در گره‌چینی کاربرد دارد.[۴] خیام (۴۴۰ ـ ۵۱۷ ق) با بیان این موضوع که اغلب مخاطبان وی افرادی مشغول در صناعت هستند می‌کوشید تا روشی پیدا کند که در آن حتی المقدور از مقاطع مخروطی کمتر استفاده

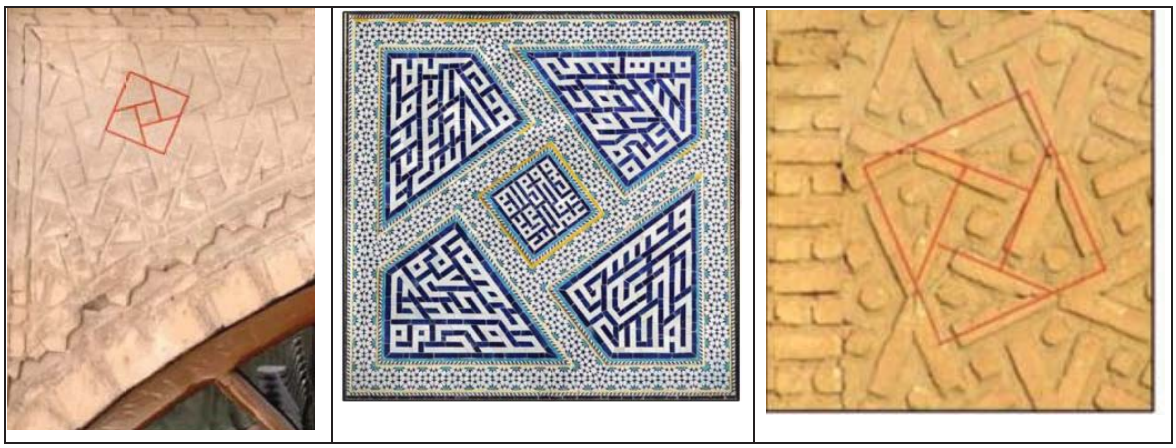
۱. هوخندایک، ***مطالعه مقاطع مخروطی در دوره اسلامی***، ص ۹۵ و ۹۶.

۲. همان، ص ۹۵.

۳. همان، ص ۹۷.

4. Jeanam & Mingu, "Ring of Four Almonds and the Omar Khayyam's Triangle in Islamic Art Design", ***Journal for History of Mathematics,*** p. 159.

شود تا درک آن برای افراد غیرریاضی‌دان آسان‌تر باشد.[۱] کاربرد مقاطع مخروطی در آثار غیاث‌الدین جمشید کاشانی هم قابل مشاهده است.[۲] دانش مقاطع مخروطی که برای هماهنگی بین راه‌حل‌های نظری و علمی کاربرد پیدا کرد، با ترجمه متون یونانی وارد دوره اسلامی شد و به‌طور پیوسته توسعه یافت. دانشمندان مسلمان با استفاده از این دانش به محاسبه احجام خاص پرداختند، سپس این دانش را با صناعت معماری پیوند زدند که کاربرد آن را می‌توان در ترسیم پوشش‌های طاق و گنبد در معماری و مدول‌بندی گره‌ها مشاهده کرد. همچنین تلاش شد تا کاربرد این دانش برای اهل حرف ساده‌سازی شود تا در عمل کاربردی‌تر شود.



تصویر ۸. طرح‌های کاشی‌کاری چهار ترنج برج خرقان و مساجد جامع و خان اصفهان[۳]

تحلیل یافته‌ها

ملاحظاتی که در منابع مکتوب تاریخی به چشم می‌خورد، ناظر بر پیوند حوزه معماری و ساخت ابنیه با شاخه هندسه است. در رابطه علوم مرتبط با صناعت معماری در دانش‌نامه‌های جهان اسلام به‌ندرت سخن به میان آمده است. معدود کتبی که توسط ابن‌الکفانی و الکرجی تألیف شده است، از علمی به نام علم العقود الابنیه نام می‌برند. از علوم مرتبطی که در دانشنامه ابن‌کفانی در ارتباط با علم العقود الابنیه

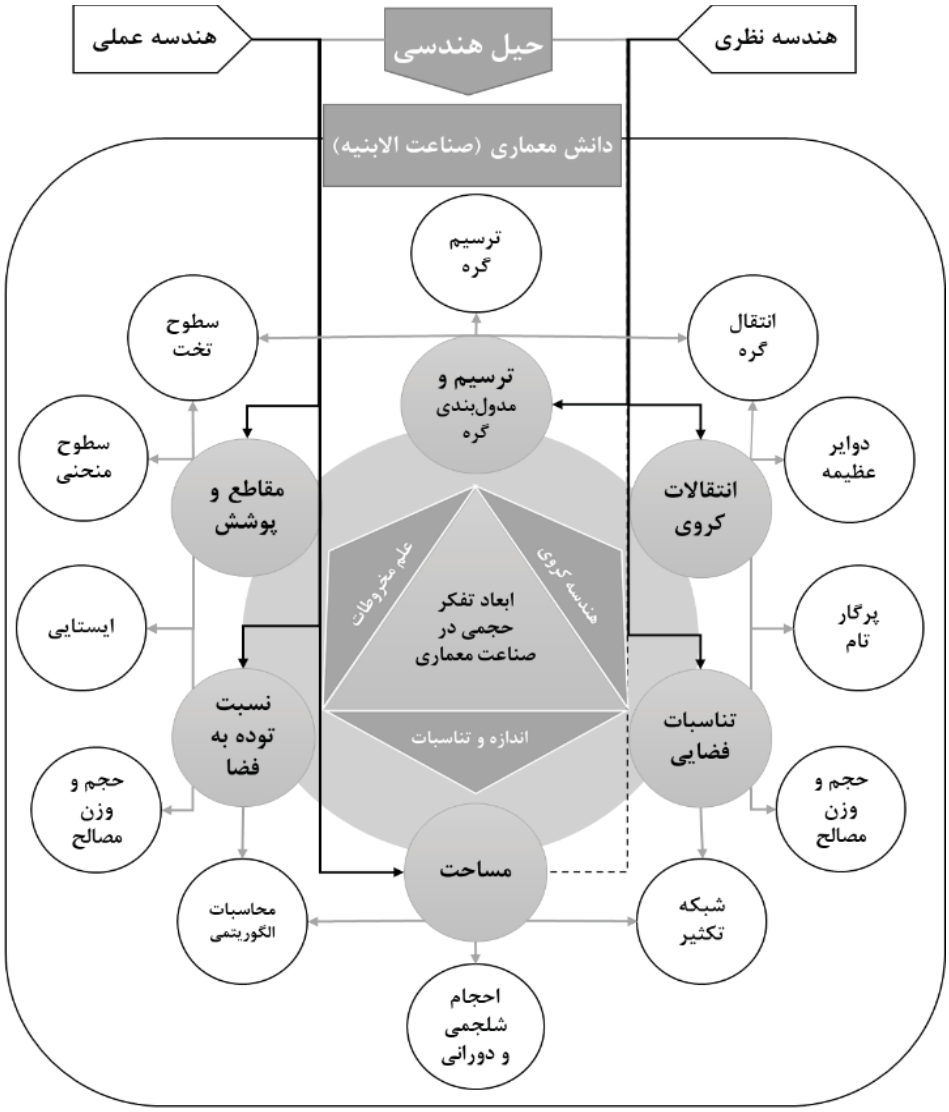
1. Özdural, "A Mathematical Sonata for Architecture; Omar Khayyam and the Friday Mosque of Isfahan". ***Technology and Culture***, No. 4, p. 198.
2. Sinclair, ***Mathematical Applications of Conic Section in Problem Solving In Ancient Greece and Medieval Islam***, p. 63.
3. Jeanam and Mingu, "Ring of Four Almonds and the Omar Khayyam's Triangle in Islamic Art Design", ***Journal for History of Mathematics***, 32, 4 ،p. 16.

باقری، «نقش هندسی چارترنج. میراث علمی اسلام و ایران»، ***فصلنامه تاریخ علوم و فناوری دوره اسلامی***. سال نهم. ش ۱.

نام برده شد، می‌توان به عقد البناء، علم المساحه، علم انباط المیاء، جراثقل و علم حساب اشاره کرد که این علوم نیازمند داشتن سهمی از آگاهی در ارتباط با هندسه‌اند. علاوه‌بر این، ملاحظات پیشین به معماری، ناظر بر ارتباط هندسه و معماری در طراحی و انداختن طرح بنا و پایداری بنا در طول دوره های مختلف است که فارابی نیز معماری را در ذیل حیل هندسی قرار داده بود. ارتباط معماری و علم هندسه بسیار عمیق است و حتی آموزش و انتقال دانش معماری از یک نسل به نسل دیگر در نظام سنتی به پشتوانه هندسه اتفاق می‌افتاده است که بخشی از این ارتباط هندسه و معماری دربردارنده هندسه حجم بوده است. علاوه‌بر این توصیفات ابن‌کفانی و ابن‌خلدون در ارتباط هندسه با صناعت معماری نشان می دهد که این ابعاد در ارتباط هندسه حجم و معماری دربردارنده «اندازه و تناسبات»، «علم مخروطات» و «هندسه کروی» است. این سه شاخه از تفکر حجمی نیز با توسعه فلسفی هندسه حجم که از مباحث نظری آغاز شده بود با پیوند با مباحث علمی ازجمله صناعت معماری بیشتر مورد توجه قرار گرفت که در این سیر تحول تفکر حجمی از نگرش‌های فلسفی سازنده جهان به نسبت حجم به ابعاد مکان توسعه یافت. بررسی رسائل ریاضی‌دانان مسلمان نشان می‌دهد که هندسه حجم از جایگاه ویژه‌ای برخوردار بوده و ریاضی دانان مسلمان به طور پیوسته تلاش می‌کردند تا کاربرد هندسه حجمی را در صناعت معماری ساده‌تر و کاربردی‌تر کنند و مسائل هندسه نظری را در هندسه عملی به کار گیرند.

تلاش برای پیوند اندازه و تناسبات در معماری با کتاب ***ایوان*** الکندی مشهود است که ابوالوفا نیز مساحت را به مسائل عملی مانند محاسبه حجم عناصر خاص و مصالح و دستمزد پیوند زد. در تلاش برای کاربردی‌ترکردن علم مساحت و تناسبات، شبکه تکثیر توسط ایوب طبری ارائه شده است که مساحت و تناسبات تحت نظام شبکه بندی تعیین می شود. این توسعه توسط کاشانی به مساحت الگوریتمی توسعه یافت. کاربرد دانش اندازه و تناسبات در معماری را می‌توان در شاخه‌های مساحت، تناسبات فضایی، نسبت توده به فضا (مصالح و وزن) در معماری مشاهده کرد. همچنین، هندسه کروی که توسط بطلمیوس در المجسطی با نجوم گره خورد، به‌طور قابل توجهی توسط معماران مسلمان توسعه یافت. کاربرد ویژه هندسه کروی در تفکر حجمی برای انتقالات کروی به‌واسطه چندوجهی‌های منتظم و نیمه‌منتظم بوده است که به‌واسطه آن الگوهای هندسی می توانستند بر سطح کروی گنبدها انتقال یابند. در این کار ابوالوفا بوزجانی از دوایر عظیمه برای انتقالات کروی چندوجهی‌ها استفاده کرد که برای کار بر روی حجم کروی مانند گنبد پرگار تام توسط کوهی اختراع شد. دانش مخروطات که توسط آپولونیوس به‌صورت قاعده‌مند تدوین شد، آشنایی مسلمانان با مقاطع مخروطی را فراهم کرد. از ترسیمات متعلق به هندسه‌دانان در دوره اسلامی می‌توان فهمید که دانش مقاطع مخروطی به‌صورت گسترده‌ای در ترسیم

مقاطع پوشش‌های منحنی کاربرد داشت و کاربرد مشهود این علوم با ساختارهای هندسی در انواع طاق‌ها، گنبدها و گوشه‌سازی‌ها آشکار است. علاوه‌بر این، کاربرد مقاطع مخروطی در تقسیم زوایا و همچنین ترسیمات به‌جامانده برای ترسیم چارترنج از ابن‌هیثم و خیام نشان می‌دهد که مقاطع مخروطی در مدول‌بندی گره‌ها بر سطوح معماری نیز کاربرد داشته‌اند و ریاضی‌دانان مسلمان به‌طور پیوسته تلاش کرده‌اند تا با ساده‌سازی و کاربردی‌ترکردن این علوم، پیوند عمیق‌تری با صناعت معماری برقرار کنند. حاصل پیوند سه علم مخروطات، هندسه کروی و اندازه و تناسبات در تفکر حجمی برای معماری را می‌توان در شاخه‌های مساحت، تناسبات فضایی، انتقالات کروی، ترسیم و مدول‌بندی گره‌ها، مقاطع و پوشش و نسبت توده به فضا جست‌وجو کرد.



تصویر ۹. ابعاد مرتبط با تفکر حجمی در معماری اسلامی (ماخذ: نگارندگان)

نتیجه

هرچند می‌توان گفت کاربرد دانش احجام در صناعت‌های عملی، با پیوند جبر و هندسه برای دانستن اندازه‌ها آغاز شد، اما فن ساخت در معماری ایران، از مسائل مربوط به حجم بنا جدا نبوده است؛ این امر مستلزم آن بوده که طراحی به‌صورت یکپارچه و در اوج هماهنگی صورت گرفته باشد. چنین همانگی‌ای در ابنیه معماری حاصل دانشی بوده که معماران از طریق مطالعه آثار ریاضی‌دانان به دست می‌آوردند. مطالعه مکتوبات ریاضی‌دانان مسلمان نشان می‌دهد، آن‌ها برای کاربست این علوم در صناعت عملی تلاش می‌کردند. هدف آن‌ها کاربردی‌ترکردن شاخه‌های هندسه حجم برای اهل حِرف بوده است، تا آن‌هایی در ریاضیات تخصص ندارند بتوانند با راه‌کارهای ساده‌تر از این علوم بهره ببرند.

هرچند دانش احجام در سه شاخه «اندازه و تناسبات»، «مقاطع مخروطی» و «احجام کروی» بوده است، باید به این نکته توجه داشت که کاربرد هندسه کروی را صرفاً نمی‌توان در انتقالات کروی و دانش مقاطع مخروطی را صرفاً در شکل‌یابی پوشش‌های منحنی و گره‌ها محدود کرد؛ زیرا محاسبه احجام کروی و سایر احجام خاص نیازمند آگاهی به دانش هندسه کروی و علم مخروطات است؛ به زبان دیگر این علوم در کاربرد معماری همچون یک منظومه با یکدیگر در هم آمیخته و پیوسته هستند. مؤلفه های تفکر حجمی که براساس مطالعه مکتوبات ریاضی‌دانان به دست آمد و شامل «مساحت»، «تناسبات فضایی»، «توده و فضا»، «مقاطع و پوشش»، «ترسیم و مدول‌بندی گره در سطوح» و «انتقالات کروی» است، باید در هماهنگی با یکدیگر باشند.

منابع و مآخذ

۱. ابن‌الاکفانی، محمد بن ابراهیم بن ساعد الانصاری (۱۹۹۰ م). ***ارشاد القاصد الی اسنی المقاصد فی انواع العلوم***. تحقیق و تعلیق عبدالمنعم محمدعمر، مراجعه احمد حلمی عبدالرحمن. قاهره: دار الفکر العربی.

۲. ابن‌خلدون، عبدالرحمن (۱۳۳۷ ش). ***مقدمه ابن‌خلدون***. تدوین احسان یارشاطر. ترجمه محمد پروین گنابادی. تهران: بنگاه ترجمه و نشر کتاب.

۳. ابن‌ندیم، محمد بن اسحق (۱۳٤٦ ش). ***الفهرست***. ترجمه محمدرضا تجدد. تهران: بانک بازرگانی ایران.

٤. اردلان، نادر و لاله بختیار (۱۳۸۰ ش). ***حس وحدت***. ترجمه حمید شاهرخ. تهران: نشر خاک.

۵. اوکین، برنارد (۱۳۸٦ ش). ***معماری تیموری در خراسان***. ترجمه علی آخشینی. مشهد: بنیاد پژوهش‌های اسلامی استان قدس رضوی.

٦. باقری، محمد (۱۳۹۹ ش). نقش هندسی چارترنج. میراث علمی اسلام و ایران. ***فصلنامه تاریخ علوم و فناوری دوره اسلامی***. ۹ (۱). ۵۲ ـ ۲۹.

۷. برگرن، جان لنارت(۱۳۹۲ ش). پژوهش‌های انجام‌شده در تاریخ ریاضیات دوره اسلامی تا سال ۱۹۸۵ میلادی». ***میراث علمی اسلام و ایران***. ترجمه فاطمه سوادی و محمد باقری. ٤ (٤). ٣٦ ـ ٥.

۸. بزنوال، رولان (۱۳۷۹ ش). ***فناوری تاق در خاور کهن***. ترجمه محسن حبیبی. تهران: سازمان میراث فرهنگی کشور.

۹. بلخاری قهی، حسن (۱۳۹٦ ش). ***فلسفه، هندسه و معماری***. تهران: دانشگاه تهران.

۱۰. بلیلان، لیدا و سعید حسن‌پور لمر (۱۳۹۸ ش). الگوهای هندسی و تناسبات طلایی. زبان مشترک معماری و هنر در روستای تاریخی ابیانه. ***نشریه معماری اقلیم گرم و خشک***. ۷ (٤). ۹٦ ـ ۷۵.

۱۱. بوزجانی، ابوالوفاء محمد بن محمد البوزجانی (۱۳٦۹ ش). ***هندسه ایرانی؛ کتاب تجارت (کاربرد هندسه در عمل) (فی مایحتاج الیه العمال و الصنّاع من الاشکال الهندسیه)***. تهران: سروش.

۱۲. بوزجانی، ابوالوفاء محمد بن محمد البوزجانی. ***فی مایحتاج الیه العمال و الصنّاع من الاشکال الهندسیه***. آرشیو در کتابخانه ایاصوفیه. کد ۲۷۵۲. بی‌تا.

۱۳. بونر، جی (۱٤۰۰ ش). ***الگوهای هندسی اسلامی؛ توسعه تاریخی و روش‌های سنتی ساخت***. ترجمه احد نژاد ابراهیمی و عارف عزیزپور شوبی. تبریز: دانشگاه هنر اسلامی.

۱٤. پورمند، حسنعلی؛ زهرا یارعلی؛ رضا افهمی و پوریا عباسی (۱۳۹٤). بررسی تطبیقی تناسبات نمای سردر مساجد شیخ لطف‌الله، جامع عباسی، حکیم و مدرسه چهارباغ اصفهان». ***نشریه نامه معماری و شهرسازی***. ۱۲.

۱۵. جذبی، سید علی‌رضا (۱۳٦٦ ش). ***رساله طاق و ازج*** (تالیف غیاث‌الدین جمشید کاشانی، قرن نهم). تهران: سروش.

۱٦. خوارزمی، محمد بن موسی (۱۳٦۳ ش). ***جبر و مقابله***. ترجمه حسین خدیو جم. تهران: اطلاعات.

۱۷. رشدی، راشد (۱۳٦۸ ش). ***دنیای اسلام. محل تلاقی هندسه و جبر. پیام یونسکو***. ترجمه رضا رضایی ساروی. ش ۲۳٤. آذر.

۱۸. رضازاده اردبیلی، مجتبی و مجتبی ثابت فرد (۱۳۹۲). بازشناسی کاربرد اصول هندسی در معماری سنتی مطالعه موردی؛ قصر خورشید و هندسه پنهان آن. ***نشریه هنرهای زیبا ـ معماری و شهرسازی***. ۱ (۲). ۲۸ ـ ۹.

۱۹. رکنی، نوشاد (۱۳۹۳ ش). فتوت‌نامه و لوح معماری (زیج) از دوره قاجار در کتابخانه و موزه ملی ملک. ***فصلنامه علمی اثر***. ۳۵ (۳). ۶۲ ـ ۵۱.

۲۰. رهروی پوده، ساناز و نیما ولی‌بیگ (۱۳۹۹). بررسی فرآیند طراحی نقشه‌های معماری با واکاوی اسناد تاریخ نگارانه و نگاه ویژه به جایگاه دانش هندسه. ***اندیشه معماری***. سال ٤. ش ۸. ص ۲٤.

۲۱. سمپلونیوس، ایوونه دولد (۱۳۸٤ ش). روش کاشانی برای محاسبه قوس‌ها. ***آیینه میراث ویژه تاریخ علم (۲)***. ۳ (۱). ۷۷ ـ ٦۱.

۲۲. شهریاری، پرویز (۱۳۵۰ ش). ***نقش دانشمندان ایرانی در پیشرفت ریاضیات. گوشه‌ای از سیمای تاریخ تحول علم در ایران (مجموعه مقالات تحقیقی)***. تهران: انتشارات وزارت علوم و آموزش عالی.

۲۳. ضیایی‌نیاء، محمدحسن و حسن زرج‌آبادی (۱۳۹۵). تناسب طلائی و سیستم تناسبات ایرانی ـ اسلامی در مسجد جامع قائن. ***نشریه مرمت و معماری ایران***. ۳ (۲). ۱۱۸ ـ ۹۷.

۲٤. طاهری، جعفر. هندسه معماری؛ گفت‌وگوی علم و عمل درسده چهارم هجری. ***تاریخ علم***. ۱۹ (۲). ۵۲ ـ ۲۹.

۲۵. طبری، محمد بن ایوب (۱۳٤۹ ش). ***مفتاح المعاملات (متن ریاضی از قرن پنجم)***. براساس نسخه منحصر به فرد ٦۳۲. تصحیح دکتر محمد امین ریاحی. تهران: انتشارات بنیاد فرهنگ ایران.

۲٦. علی‌آبادی، محمد (۱۳۸٦ ش). هندسه جاویدان (هندسه آسمانی) در معماری اسلامی. ***نشریه بین‌المللی علوم مهندسی دانشگاه علم و صنعت ایران***. ۲ (۳). ۹٦ ـ ۷۵.

۲۷. فارابی، ابونصر محمد بن محمد (۱۳۸۱ ش). ***احصاء العلوم***. ترجمه حسین خدیو جم. تهران: علمی و فرهنگی.

۲۸. فلاحی، فاطمه؛ سعید میرریاحی؛ حسین سلطان‌زاده و محمدمهدی رئیس سمیعی (۱۳۹۹ ش). نقش قواعد مثلثاتی در عناصر معماری ایران از دیدگاه غیاث‌الدین جمشید کاشانی. ***فلسفه علم***. پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی. ۱۰ (۲). ۱۵۲ ـ ۱۲۹.

۲۹. فیض‌اله بیگی، آرزو؛ محمود گلابچی و مجتبی رضازاده اردبیلی، (۱۳۹۸). تحلیل هندسه نظری و عملی و تناسبات گنبد دو پوسته گسسته مسجد جامع عباسی اصفهان. ***نشریه هنرهای زیبا ـ معماری و شهرسازی***. ٤ (۲). ۷٤ ـ ۵۳.

۳۰. فیض‌اله بیگی، آرزو؛ محمود گلابچی و مجتبی رضازاده اردبیلی، (۱٤۰۰). بررسی هندسه و تناسبات و ارتباط آن با نظام سازه‌ای بناهای دارای گنبد دوپوسته گسسته در منطقه تفرش. ***صفه***. ۳ (۳). ۷٤ ـ ۵۳.

۳۱. قربانی، ابوالقاسم (۱۳۵۳ ش). ***بیرونی نامه؛ تحقیق در آثار ریاضی استاد ابوریحان بیرونی (ریاضی‌دان و منجم بزرگ ایرانی. در سده چهارم و پنجم)***. تهران: سلسله انتشارات انجمن آثار ملی.

۳۲. قربانی، ابوالقاسم (۱۳۷۵ ش). ***زندگینامه ریاضیدانان دوره اسلامی***. تهران: مرکز نشر دانشگاهی.

۳۳. کریمیان، حسن و سامان سیدی، (۱۳۹۷). هندسه و تناسبات هندسی در ساخت گنبد مساجد صفوی اصفهان (نمونه موردی؛ مسجد امام و مسجد شیخ لطف‌الله)؛ ***ایران‌شناسی***. ٤ (۱). ۱۱۸ ـ ۹۷.

۳٤. کوهی، ابوسهل رستم. ***رساله البرکار تام***. کتابخانه راغب پاشا (٥٦٩) در استانبول. ش ۲۳۵.

۳۵. کوهی، ابوسهل رستم. ***فی استخراج مساح الحاسمه المکافی***. کتابخانه سلیمانیه. ایاصوفیه. ش ٤۸۳.

۳٦. گلمبک، لیزا و دونالد ویلبر (۱۳۷٤ ش). ***معماری تیموری در ایران و توران***. (ترجمه کرامت‌الله افسر و محمد یوسف کیانی). تهران: سازمان میراث فرهنگی کشور.

۳۷. گیلیسپی، چارلز کولستون (۱۳۸٤ ش). ***زندگی‌نامه علمی دانشمندان اسلامی***. ترجمه احمد آرام، احمد بیرشک، بهاءالدین خرمشاهی و کامران فانی، ویراستار حسین معصومی همدانی. تهران: انتشارات علمی و فرهنگی.

۳۸. لنجانی، اکبر (۱۳۹۵ ش). ***هندسه در هنر و معماری و کاربرد آن در آموزش ریاضی***. اصفهان. سازمان فرهنگی ـ تفریحی شهرداری اصفهان.

۳۹. مجتهدزاده، روح‌الله (۱٤۰۰ ش). ***مناسبات معماری و علوم در ایران دوران اسلامی***. تهران: فرهنگستان هنر جمهوری اسلامی ایران.

٤۰. منتظر، بهناز و حسین سلطان‌زاده (۱۳۹٦ ش). بازتاب ترسیمات هندسی ریاضیدان ایرانی، ابوسهل بیژن بن رستم کوهی در نقوش هندسی معماری. ***چهارمین کنفرانس ملی معماری و شهرسازی؛ پایداری و تاب‌آوری***، از آرمان تا واقعیت. دانشگاه آزاد قزوین.

٤۱. نجیب اغلو، گل‌رو (۱۳۷۹ ش). ***هندسه و تزئین در معماری اسلامی (طومار توپقاپی)***. ترجمه مهرداد قیومی بیدهندی. تهران: روزنه.

٤۲. نصر، سید حسین (۱۳٦٦ ش). علم در اسلام. ترجمه احمد آرام. تهران: سروش.

٤۳. نوایی، کامبیز و دیگران (۱۳۹۰). ***خشت و خیال؛ شرح معماری اسلامی ایران***. تهران: سروش.

٤٤. هاشمی زرج‌آباد، حسن؛ محمدحسن ضیایی‌نیا و حمیدرضا قربانی (۱۳۹٤). بازخوانی تحلیل اصول هندسی و تناسب طلایی در مدرسه شوکتیه. ***پژوهش‌های باستان‌شناسی ایران***. ۹ (٤). ۱۳۸ ـ ۱۱۹.

٤٥. هاشمی، سیده میترا (۱۳۹۳ ش). ***مقدمه‌ای بر تاریخ شفاهی معماری ایران***. تهران: روزنه.

٤٦. هاشمیان، مریم بیگم (۱۳۹٦ ش). تبیین مطالعات مقاطع مخروطی در مباحث هندسه اسلامی و نقش آن در معماری و نقوش تزئینات. ***چهارمین کنفرانس ملی معماری و شهرسازی. پایداری و تاب‌آوری، از آرمان تا واقعیت***. دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین.

٤٧. هوخندایک، یان. پ (۱۳۹۲ ش). مطالعه مقاطع مخروطی در دوره اسلامی. ***میراث علمی اسلام و ایران***. ۳ (۲). ۹۸ ـ ۸٦.

٤٨. ولی بیگ، نیما؛ افروز رحیمی آریایی و ساناز رهروی پوده (۱۳۹٦). تحلیل ویژگی‌های هندسی و توانمندی معماران محلی در فناوری ساخت گنبدهای دوپوسته گسسته در شیوه نایین. ***پژوهش‌های باستان‌شناسی ایران (نامه باستان‌شناسی)***. ۷ (٤). ۷٤ ـ ۵۳.

49. Al-Kashi's (2020). ***Miftah al-Hisab***, Volume II: Geometry, Translation and Commentary: Nuh Aydin, Lakhdar Hammoudi, Ghada Bakbouk, Springer Nature Switzerland AG, Birkhäuser Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-61330-3.
50. Ashkan, Maryam,. Ahmad, Yahya (2012). "Significance of Conical and Polyhedral Domes in Persia and Surrounding Areas: Morphology, Typologies and Geometric Characteristics", ***Nexus Netw J***, 14, pp: 275 – 290. https://doi.org/10.1007/s00004-012-0112-x .
51. Bier, Carol (2015). "Geometry in Islamic Art", ***Encyclopaedia of the History of Science, Technology, and Medicine in Non-Western Cultures***, Springer Science+Business Media Dordrecht, DOI 10.1007/978-94-007-3934-5_10111-1.
52. Bonner, Jay Francis (2017). "The Historical Significance of the Geometric Designs in the Northeast Dome Chamber of the Friday Mosque at Isfahan", ***Nexus Netw J*** 18, 55 – 103, https://doi.org/10.1007/s00004-015-0275-3.
53. Bulatov, M. S. (1978). ***Геометрическая гармонизация в архитектуре средней азии IX-XV BB*** [Geometric Harmonization in Central Asian Architecture in the 9th-15th Centuries], (2nd ed.), Moscow, Science.
54. Critchlow, Keith (1987). ***Order in Space***, New York, Thames & Hudson.
55. Hisarligil, Hakan (2018). Hisarligil, Beyhan Bolak, "The Geometry of Cuboctahedra in Medieval Art in Anatolia". ***Nexus Netw J*** 20:125 – 152, https://doi.org/10.1007/s00004-017-0363-7.
56. *Cromwell,* Peter R. *(1997).* ***Polyhedra.*** Cambridge University Press.
57. *Holod, Renata (1988). "Text, Plan and Building: On the Transmission of Architectural Knowledge" in* ***Theories and Principles of Design in the Architecture of Islamic Societies****, Ed. By Margaret Bentley Sevcenko, Cambridge, Massachusetts: The Aga Khan Program for Islamic Architecture, pp 1-12.*
58. Dold-Samplonius, Yvonne and Silvia L. Harmsen (2015). "Muqarnas: Construction and Reconstruction", ***In Architecture and Mathematics from Antiquity to the Future***, K. Williams and M.J. Ostwald (eds.), Springer, DOI 10.1007/978-3-319-00137-1_47.

59. Dold-Samplonius, Yvonne (2003). «Calculating Surface Areas and Volumes in Islamic Architecture», in ***The Enterprise of Science in Islam, New Perspectives***, Jan P. Hogendijk, Abdelhamid I. Sabra, eds., Cambridge MA, MIT Press, pp. 235-265.
60. Dold-Samplonius, Yvonne (1992). "Practical Arabic Mathematics: Measuring the Muqarnas: by al-kashi" (2017) ***Centaurus***, Vol. 35, Pp: 193-242.
61. Kheirandish, Elaheh, «An Early Tradition in Practical Geometry: The Telling Lines of Unique Arabic and Persian Sources», ed. by Gülru Necipoğlu., ***The Arts of Ornamental Geometry: A Persian Compendium on Similar and Complementary Interlocking Figures, Fī tadākhul al-ashkāl al-mutashābiha aw al-mutawāfiqa (Bibliothèque nationale de France, Ms. Persan 169, fols. 180r – 199r)***, Leiden and Boston, MA: Brill, [Studies and Sources in Islamic Art and Architecture, Supplements to Muqarnas, vol. XIII]. Pp: 79-144.
62. Koliji, Hooman (2016). "Gazing Geometries: Modes of Design Thinking in Pre-Modern Central Asia and Persian Architecture", ***Nexus Network Journal Architecture and Mathematics***, 18, pp: 105-132. DOI: 10.1007/s00004-016-0288-6.
63. Liuni, Francesca (2016). "experiencing mathematical proves syntax of an astrolabe. Massachusetts institute of technology", ***Master Of Science In Architecture Studies***, Thesis Supervisor: Azra Aksamija.
64. Jeanam, Park, Mingu, Park (2019). "Ring of Four Almonds and the Omar Khayyam's Triangle in Islamic Art Design", ***Journal for History of Mathematics***, 32 (*4*), pp: 159-173.
65. Necipoğlu, Gülru (2017). «***Ornamental Geometries: A Persian Compendium at the Intersection of the Visual Arts and Mathematical Sciences***», Leiden and Boston, MA: Brill, [Studies and Sources in Islamic Art and Architecture, Supplements to Muqarnas, vol. XIII], Pp: 11-78.
66. Nejad Ebrahimi, Ahad,. Aref Azizpour Shoubi, "The Projection Strategies of Gireh on the Iranian Historical Domes" (2020). ***Mathematics Interdisciplinary Research***, 5 (3): 239 – 57, https://doi.org/10.22052/mir.2020.212903.1187.
67. Nejad Ebrahimi, A., Tooranpoor, Mahya (2022). "Geometry and Mathematics in Timurid Architecture: Abu'l-Wafa and Shirazi", ***Nexus Netw J*** , https://doi.org/10.1007/s00004-022-00612-0 .
68. Özdural, Alpay, Mathematics and Arts: Connections between Theory and Practice in the Medieval Islamic World, Historia Mathematica (27), 171 – 201. Doi:10.1006/hmat.1999, 2274, 2000.
69. Özdural, Alpay (1998). "A Mathematical Sonata for Architecture: Omar Khayyam and the Friday Mosque of Isfahan", ***Technology and Culture***, Vol. 39, No. 4, pp. 699-715 (17 pages), https://doi.org/10.2307/1215.
70. Rabbat, Nasser (2004). "Islamic Architecture as a Field of Historical Enquiry". ***Architectural design***, (6), pp. 18-23.
71. Rabbat, Nasser (1998). "Architects and Artists in Mamluk Society: The Perspective of the Sources", ***Journal of Architectural Education***, 52(1), pp 30-37.
72. Rashed, Roshdi (2014). ***Classical Mathematics From Al-Khwarizmi To Descartes***, London, Routledge, https://doi.org/10.4324/9781315753867.
73. P. Hogendijk, Jan (2017). «A Mathematical Classification of the Contents of an

Anonymous Persian Compendium on Decorative Patterns», ed. by Gülru Necipoğlu., ***The Arts of Ornamental Geometry: A Persian Compendium on Similar and Complementary Interlocking Figures, Fī tadākhul al-ashkāl al-mutashābiha aw al-mutawāfiqa (Bibliothèque nationale de France, Ms. Persan 169, fols. 180r – 199r)***, Leiden and Boston, MA: Brill, [Studies and Sources in Islamic Art and Architecture, Supplements to Muqarnas, , vol. XIII], Pp: 145-162.

74. Saliba, George (1999). "Artisans and Mathematicians in Medieval Islam; The Topkapi Scroll: Geometry and Ornament in Islamic Architecture by Gülru Necipoğlu", ***Journal of the American Oriental Society***, Vol. 119, No. 4 (Oct. - Dec., 1999), pp. 637-645.
75. Sarhangi, Reza (2008). “Illustrating Abu Al-Wafā’ Būzjānī: Flat Images, Spherical Constructions,” ***Iranian Studies*** 41 (4):, pp 511 – 23, https://doi.org/10.1080/00210860802246184.
76. Sinclair, Nathalie M. (1993). "Mathematical Applications of Conic Section in Problem Solving In Ancient Greece and Medieval Islam", ***Thesis M.Sc. Master of Science***. Simon Fraser University, In the Department of Mathematics.
77. Tabbaa, Yasser (1988). "Geometry and Memory in the Design of the Madrasat al-Firdows in Aleppo", ***In Theories and Principles of Design in the Architecture of Islamic Societies***, Margaret Bentley Sevcenko (ed), Cambridge, Massachusetts: Aga Khan Program for Islamic Architecture.
78. Taheri, Jafar (2017). “Practical Arithmetic in Islamic Architecture: A Critical History and Survey”. ***International Journal of Architectural Heritage.*** 11:5, 747-762. http://dx.doi.org/10.1080/15583058.2017.1290852.
79. Woepcke, F. (1855). "Analyse et extrait d’un recueil de constructions géométriques par Aboûl Wafâ". ***Asiatique***, 5th ser., 309 – 359.